CENTRO DE ESTUDIOS MONETARIOS LATINOAMERICANOS
Asociación Regional de Bancos Centrales

ESTUDIOS

Costos de la desinflación en un sistema de metas de inflación en una economía pequeña y abierta: el caso de Colombia

Franz Hamann, Juan Manuel Julio,
Paulina Restrepo y Álvaro Riascos

Premio de Banca Central Rodrigo Gómez 2005

COSTOS DE LA DESINFLACIÓN EN UN SISTEMA DE METAS DE INFLACIÓN EN UNA ECONOMÍA PEQUEÑA Y ABIERTA: EL CASO DE COLOMBIA

Franz Hamann, Juan Manuel Julio,
Paulina Restrepo y Álvaro Riascos

Costos de la desinflación en un sistema de metas de inflación en una economía pequeña y abierta: el caso de Colombia

PREMIO DE BANCA CENTRAL "RODRIGO GÓMEZ 2005"

CENTRO DE ESTUDIOS MONETARIOS LATINOAMERICANOS
México, D. F. 2009

Primera edición, 2009

Durango nº 54, México, D. F., 06700
ISBN: 978-607-7734-00-0

Impreso y hecho en México
Printed and made in Mexico

Presentación

En septiembre de 1970 los gobernadores de los bancos centrales latinoamericanos, con el fin de honrar la memoria de Don Rodrigo Gómez, Director General del Banco de México, establecieron un premio anual para estimular la elaboración de estudios que sean de interés para los bancos centrales de la región. El CEMLA se complace en publicar el trabajo *Costos de la desinflación en un sistema de metas de inflación en una economía pequeña y abierta: el caso de Colombia*, de Franz Hamann, Juan Manuel Julio, Paulina Restrepo y Álvaro Riascos, que obtuvo el Premio Rodrigo Gómez 2005.

En este documento se presenta un modelo de equilibrio general, dinámico y estocástico de meta de inflación para una economía pequeña y abierta. El modelo para la economía colombiana se calibró y luego se validó usando análisis espectral. Después, se calcularon los costos y beneficios en el bienestar como resultado de alcanzar la meta de inflación de largo plazo. Las ganancias en bienestar de largo plazo son aproximadamente 4.54% en términos del acervo de capital. Además, teniendo en cuenta la transición, esas ganancias son más o menos de 1.18%. Los resultados difieren de hallazgos anteriores debido a que se considera la transición y el ambiente tiene en cuenta la presencia de rigideces reales (competencia monopolística) y rigideces nominales (información rígida) en una economía pequeña y abierta. También se analizó la sensibilidad de los resultados ante unos parámetros clave, y se concluyó que una alta flexibilidad de precios conlleva a menores ganancias al reducir la inflación y que un país con *markups* cercanos a 15% recibe mayores ganancias que aquellos con niveles diferentes de *markups*. El peso dado a la brecha de inflación en la regla de política monetaria es importante, ya que un banco central más agresivo puede incrementar el bienestar. Finalmente, se consideró que la desinflación es más costosa en el caso de una economía cerrada.

CEMLA espera que al editar esta investigación en español e inglés su difusión represente una contribución para los estudiosos del tema y para aquellos que formulan la política monetaria.

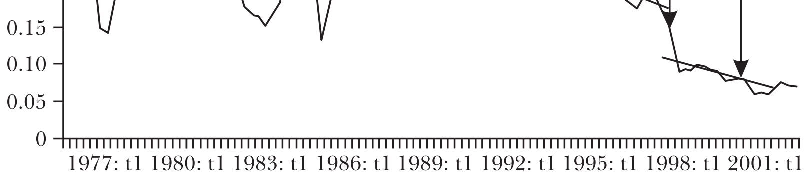
Franz Hamann, Juan Manuel Julio, Paulina Restrepo, funcionarios del Departamento de Modelación Macroeconómica, así como Álvaro Riascos, funcionario del Departamento de Investigaciones, del Banco de la República, de Colombia, desean agradecer a Martín Uribe por sus útiles conversaciones y a Julián Pérez por su ayuda en la construcción de la base de datos. También al FMI por su invitación y los valiosos comentarios de los participantes a la Reunión de Investigación del Federal Reserve Bank of Atlanta (2004), especialmente a Marco Del Negro. Los puntos de vista expresados aquí son de sus autores y no necesariamente reflejan la posición del Banco de la República, de Colombia. Todos los errores son de los autores, excepto aquellos derivados de la traducción.

1. Introducción

Colombia se acostumbró a ser reconocido por tener inflaciones de dos dígitos. Desde 1977 hasta 1991 nuestra tasa de inflación osciló entre 40% y 15% con un valor medio cercano a 24% (ver gráfica I). A lo largo de este período el Banco Central fue parte del gobierno. Desde 1991, con la nueva constitución política, el Banco Central fue declarado independiente del gobierno central, y la nueva tarea de la Junta Directiva fue conservar la estabilidad de precios. En el año 2000, la Junta fijó en 3% la meta de inflación de largo plazo. Con lo cual inició un proceso de desinflación y, entre 1991 y 1997 la inflación cayó de 30% a un nivel aproximado de 18% (Desinflación I en la gráfica I). Alrededor de 1998, Colombia sufrió una parada súbita que redujo la inflación desde cerca de 18% a 10%. Después de 1998, la Junta Directiva del Banco Central continuó el proceso de desinflación de una manera lenta, como resultado hemos tenido una tasa de inflación de aproximadamente 6% en los últimos dos o tres años. La meta de este año es apenas de 5.5%. Con el supuesto de que la meta se alcanza, todavía haría falta una disminución de 2.5% para alcanzar la meta de largo plazo.

Las altas inflaciones son costosas y existe una abundante literatura sobre los costos económicos de la inflación. Hay

GRÁFICA I. INFLACIÓN, 1977-2001



diferentes maneras de cuantificar estos costos, pero nosotros nos centramos en los costos sobre el bienestar de la inflación anticipada. Aunque esperamos que los agentes prefieran una tasa de inflación de 3% en lugar de una tasa de 5.5%, la transición entre estados también puede ser costosa. De hecho hay quienes argumentan que bajo ciertas circunstancias, esos costos pesan más que los beneficios. Por ejemplo, Ball (2000) argumenta que las autoridades económicas, se enfrentan a un *tradeoff* entre producto e inflación debido a que la desinflación reduce la producción y el empleo durante los períodos de transición hacia una inflación más baja. Así, usualmente los procesos de desinflación vienen junto con recesiones que pueden tener efectos permanentes sobre el desempleo (histéresis). De esta manera, ¿debería el Banco Central continuar la desinflación aún cuando se toma en cuenta la transición?

En este documento, usamos un modelo de equilibrio general estocástico y dinámico para una economía pequeña y abierta, con rigideces nominales, en un contexto de meta de inflación, para estudiar todos los costos de bienestar y beneficios de reducir la inflación de 5.5% a 3%. Tomamos en cuenta la trayectoria de la economía de un estado a otro y calculamos los costos de bienestar y los beneficios en términos de compensaciones de capital y de producto.

Con el propósito de evaluar el grado de confianza que podamos tener en nuestros resultados, probamos el poder empírico de este modelo simple para explicar las dinámicas del producto y la inflación en Colombia para el período 1980:1–2004:1. Nuestro criterio para evaluar el modelo es que su versión calibrada debería ser capaz de reproducir los rasgos sobresalientes o interesantes de los datos colombianos sobre la brecha del producto e inflación. Comparamos, en el dominio de frecuencia, los datos observados con los datos simulados de un modelo teórico. La metodología consiste en cuatro pasos. Primero, estimamos el espectro de datos muestrales y calculamos su incertidumbre usando técnicas de bootstrap. Segundo, del espectro estimado y su incertidumbre determinamos los rasgos sobresalientes o interesantes los cuales esperamos que el modelo teórico pueda replicar. Tercero, calculamos el espectro teórico del modelo. Finalmente, comparamos los espectros estimados teórico y observado en las frecuencias requeridas.

Este modelo se distingue de la literatura previa en varios aspectos,[1] Aquí presentamos una economía pequeña y abierta y no una economía cerrada, esto puede afectar los resultados debido a que los individuos pueden suavizar el consumo adquiriendo deuda en el exterior de manera que los efectos de las tasas de interés nominal y real no son tan bruscos. También tenemos un régimen específico de política monetaria de meta de inflación mientras otros estudios o son independientes del régimen de política monetaria o asumen una regla de crecimiento monetario [excepto por Gómez (2003) que también tiene una meta de inflación]. Rigideces nominales se introducen de manera similar que en Calvo (1983) para obtener no neutralidad del dinero en el corto plazo. Un acervo de costumbres fue introducido en la función

[1] Para Colombia, un primer estudio que usó el modelo de Sidrauski (1967) muestra que la pérdida de bienestar de un incremento en la tasa de inflación de 5% a 20% es cercana a 7% del PIB (Carrasquilla, Galindo y Patron 1994). Más tarde un estudio que también usa Sidrauski pero con una economía monetaria, con el supuesto de previsión perfecta y producción endógena, muestra que las ganancias de bienestar en el largo plazo para la sociedad en términos de consumo como proporción del producto sin tomar en cuenta los beneficios o costos de la transición, de llevar la inflación de 20% a 10% son alrededor de 3.9% del PIB (Posada 1995). Otro estudio basado en Sidrauski y Lucas (1994) sin acumulación de capital, explora cuánto pierden los colombianos en el largo plazo en términos de bienestar por tolerar una tasa de inflación de 20%, se encuentra que el costo es aproximadamente 1.5% del consumo anual en relación con una situación ideal de 0% de inflación (Riascos, 1997). De Gregorio (2000) usando un coeficiente entre la cantidad de dinero y el PIB, encuentra que una disminución de 10 puntos porcentuales en la tasa de inflación incrementaría el producto entre 0.1% y 0.26%. Una vez más, usando un modelo de Sidrauski en el cual las preferencias son funciones no separables de los flujos de servicios de bienes no duraderos y tenencias de dinero, López (2001), encuentra que la pérdida de bienestar debido a un incremento en la tasa de inflación de 5% a 20% no es mayor que 2.3% del PIB, y la pérdida de bienestar resultante de un aumento en la tasa de inflación de 10% a 20% es equivalente a cerca de 1% del PIB. Finalmente, usando dos modelos del sistema precios y salarios calibrado para el caso colombiano, Gómez (2003), mostró cómo las rigideces salariales se traducen en rigideces de precios y que las rigideces de precios son a su vez el elemento clave que explica los costos de desinflación.

de utilidad para obtener la persistencia observada en el consumo. Finalmente, como se mencionó antes, nuestros cálculos toman en cuenta la transición de un estado a otro evaluando no sólo el largo plazo sino también los costos de corto plazo de la desinflación.

El resto del documento prosigue de la siguiente manera: en la próxima sección, especificamos el modelo, definimos el equilibrio competitivo y explicamos el método de solución. La sección 3 muestra el procedimiento de calibración. La sección 4 se refiere a la medida en la cual el modelo replica las características sobresalientes de los datos colombianos. En la sección 5, calculamos los beneficios de una tasa inflación de 3% versus 5.5%, los costos de transición de un estado a otro y presentamos un análisis de sensibilidad de los resultados para tres parámetros diferentes y el caso de una economía cerrada. La última sección resume nuestros hallazgos.

2. El modelo

Consideremos una economía pequeña y abierta con un hogar representativo, dos tipos de empresas y el gobierno. El primer tipo de empresas contrata capital y trabajo de los hogares y produce un bien homogéneo. El segundo tipo de empresas compra el bien homogéneo, pone una marca sin costo y acaba con un bien diferenciado.[2] De aquí en adelante nos referiremos al primer tipo de empresa como *productores* y al segundo tipo como *minoristas*. Los hogares consumen bienes de consumo diferenciados y pagan un costo de liquidez, ellos además proveen trabajo homogéneo indivisible, y acumulan capital que lo proveen a los productores. Ellos reciben transferencias de suma fija por parte del gobierno y mantienen riqueza como efectivo. Los productores contratan trabajo y capital de los hogares como factores de insumo y producen bienes homogéneos. Estos bienes homogéneos son demandados por los minoristas, quienes los transforman en bienes de consumo diferenciados y los venden a los hogares. La autoridad monetaria y fiscal consolidada emite dinero, hace transferencias de suma fija a los hogares, realiza algún gasto improductivo y recauda los costos de liquidez de los hogares.[3] Todas las cantidades están dadas en términos per cápita si no se establece de otra manera.[4]

2.1 El hogar representativo

Los hogares son los propietarios de las empresas que

[2] Una manera de pensar el segundo tipo de empresas es verlas como empresas de *marcas*. Ellos compran trigo, lo empacan y le ponen su marca. Este es precisamente un mecanismo para introducir rigidez de precios en el modelo. Ver Schmitt-Grohe y Uribe (2004). Este tipo de estructura no es nuevo en la literatura, según lo que sabemos fue utilizado primero por Bernanke, Gertler y Gilchrist (1999).

[3] De esta manera intentamos eliminar el efecto riqueza.

[4] Este modelo no está basado en un modelo previo, es la combinación de características de varios modelos realizados por diferentes autores, cada uno de los cuales es nombrado cuando es pertinente.

producen los bienes homogéneos así como también el sector de empresas minoristas y son consumidores. Su ingreso en el período t está dado por el salario nominal, los rendimientos nominales al capital, los beneficios de los minoristas y las transferencias netas de suma fija obtenidas del gobierno en ese mismo período. Aparte de sus ingresos ellos también cuentan con un inventario de saldos reales dado al principio del período, así como también con un inventario de bonos domésticos privados en términos reales y activos externos.[5] El gasto es determinado por el consumo, los costos de liquidez y la inversión. En el período t, ellos también deciden el nivel de tenencia de saldos reales esperado, la tenencia de bonos reales domésticos privados y de activos externos para el período $t+1$. Entonces la restricción presupuestaria está dada por:

$$
\begin{aligned}
c_t + \Phi + m_{t+1}^d + \frac{P_t x_t}{P_t^c} + b_{t+1} + \frac{e_t F_{t+1}}{P_t^c} = {} & \frac{W_t}{P_t^c} h_t^s + \frac{R_t}{P_t^c} k_t^s + \frac{\Pi_t^R}{P_t^c} + \frac{\Pi_t}{P_t^c} + \\
& m_t^d \frac{P_{t-1}^c}{P_t^c} + b_t \frac{P_{t-1}^c}{P_t^c}(1 + i_t) + \\
& \frac{e_t F_t}{P_t^c}(1 + i_t^f) + \tau_t ,
\end{aligned} \tag{1}
$$

donde: c_t es el consumo real, m_t^d es la demanda de saldos reales, x_t es la inversión real, W_t es el salario nominal, h_t^s es el número de horas trabajadas per cápita, R_t es el rendimiento nominal al capital, k^s es la oferta de capital, Π_t son los beneficios de los productores de bienes homogéneos, Π_t^R son los beneficios de los minoristas, τ_t son las transferencias de suma fija que hace el gobierno a los hogares, P_t^c es el índice de precios de los bienes de consumo y P_t es el índice de precios de los bienes homogéneos, b_t es el saldo real neto de los bonos domésticos privados, F_t son activos externos netos (o pasivos dependiendo del signo) denominados en unidades del bien homogéneo transable, e_t es el tipo de cambio nominal

[5] Las variables de *stock* están dadas al principio del período y los flujos son conocidos al final, es decir, M_t es conocido al principio del período t, P_{t-1} está dado al final del período $t-1$ de manera que se conoce al principio del período t, como $m_t = \dfrac{M_t}{P_{t-1}}$, las tenencias de saldos monetarios reales se conocen al arrancar el período t.

(COP/USD), i_t es la tasa de interés nominal doméstica e i_t^f es la tasa de interés nominal externa en dólares. M_0, k_0, b_0 y F_0 son conocidos. Como $m_t = \frac{M_t}{P_{t-1}^c}$, por lo tanto m_0 es conocido y lo mismo se sigue para b_0. Φ es una función que determina los costos de transacción, y está dada por:

$$\Phi\left(c_t, m_{t+1}, x_t\right) = \kappa \left(\frac{c_t + \nu \frac{P_t}{P_t^c} x_t}{m_{t+1}} \right)^a , \tag{2}$$

donde todas las variables están en términos reales (respecto al bien de consumo) y ν es un parámetro que determina la fracción de inversión que afecta la selección óptima de tenencia de saldos monetarios reales. De acuerdo con esta expresión, como el hogar consume o invierte más, su costo de liquidez aumenta, y decrece con la tenencia de saldos reales que ellos ahorran para el próximo período.

La tasa de interés nominal externa está definida como:

$$\left(1 + i_t^f\right) = \left(1 + i_t^*\right)\left(1 + \vartheta\left(\frac{F_t}{y_t}\right)\right), \tag{3}$$

donde i_t^* es la tasa de interés nominal internacional libre de riesgo y ϑ es la función de prima de riesgo.[6] Observe que si los activos externos netos (F_t) son negativos, entonces el país es un deudor neto o de otra manera es un prestamista neto. También se asume que la paridad de poder de compra (PPP) es satisfecha, de manera que $P_t = e_t P_t^*$. Esto significa que el

[6] La función prima de riesgo está definida como $\vartheta\left(\frac{F_t}{y_t}\right) = \omega_{ss} + \omega_1 + \omega_2 * Exp\left[\omega_3 \left(\frac{\frac{F_t}{y_t}}{\frac{F_{ss}}{y_{ss}}}\right) * \mu_t^{\vartheta}\right]$ donde el subíndice *ss* representa el valor de estado estacionario de la variable; $\vartheta'\left(\frac{F_t}{y_t}\right) < 0$, y μ_t^{ϑ} es una variable exógena que en logaritmos sigue un proceso autorregresivo estándar de orden uno de la forma $\log(\mu_{t+1}^{\vartheta}) = \rho_4 \log(\mu_t^{\vartheta}) + (1 - \rho_4)\log(\overline{\mu}^{\vartheta}) + \in_{t+1}$.

precio para el bien homogéneo iguala al precio externo para el bien homogéneo multiplicado por el tipo de cambio. Fijamos $P_t^* = 1$ para todo *t,* por lo tanto $P_t = e_t$ y así la tasa de depreciación iguala la tasa de inflación de los bienes homogéneos, $\pi_t = d_t$. Si definimos $q_t = \frac{P_t}{P_t^c}$ como el precio relativo de los bienes homogéneos respecto a los bienes heterogéneos, y $\frac{P_{t-1}^c}{P_t^c} = \frac{1}{\left(1+\pi_t^c\right)}$, entonces la restricción presupuestaria (1) podemos rescribirla como:

$$c_t + \Phi + m_{t+1}^d + q_t x_t + b_{t+1} + q_t F_{t+1} = \frac{W_t}{P_t^c} h_t^s + \frac{R_t}{P_t^c} k_t^s + \frac{\Pi_t^R}{P_t^c} + \frac{\Pi_t}{P_t^c} + \frac{m_t^d}{\left(1+\pi_t^c\right)} + \frac{b_t}{\left(1+\pi_t^c\right)}(1+i_t) + F_t q_t (1+i_t^f) + \tau_t. \tag{4}$$

Los hogares acumulan capital de acuerdo con la siguiente expresión:

$$k_{t+1} - (1-\delta)k_t - f\left(\frac{x_t}{k_t}\right)k_t = 0, \tag{5}$$

donde f es una función cóncava y dos veces diferenciable continuamente, la cual refleja los costos de ajuste de la inversión en capital, y δ es la tasa de depreciación. La especificación de la función *f,* es tal que cuando la economía está en estado estacionario, no hay costos de ajuste.[7]

El consumo y el ocio generan utilidad para los hogares, pero a su vez tienen un acervo de hábitos que les genera desutilidad, esto es:

[7] Asumimos que *f* es una función cuadrática $f\left(\frac{x_t}{k_t}\right) = c_2\left(\frac{x_t}{k_t}\right)^2 + c_1\left(\frac{x_t}{k_t}\right) + c_0$.

c_2 determina la concavidad de la función, esto es, cuán cara es en el margen para ajustar el capital fuera del estado estacionario, y es fija con el propósito de replicar la volatilidad de la inversión. Los parámetros c_1 y c_2 están determinados porque no hay costos de ajuste en el estado estacionario.

(6) $$u(c_t, H_t, h_t, \mu_t^u) = \mu_t^u \log(c_t) - \gamma \log(H_t) - Bh_t,$$

donde H_t es el acervo de hábitos, B es un parámetro, μ_t^u es una variable exógena que representa un choque de preferencia intertemporal,[8] y:

(7) $$c_t = \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}},$$

donde $c(z)$ es el consumo de un bien específico z proveniente del minorista z, y θ es la elasticidad del consumo de cada bien z respecto a toda la canasta.[9]

La forma funcional de la función de utilidad merece alguna explicación. Primero, la especificación lineal de la utilidad que involucra a h sigue a Hansen (1985) donde el trabajo es indivisible. Los trabajadores pueden trabajar un número dado de horas o ninguna (es decir, ellos no pueden trabajar tiempo parcial). Segundo, la función de utilidad es separable en el consumo y en el ocio. Tercero, los agentes intercambian loterías de empleo en lugar de horas de trabajo. Esto implica que las horas trabajadas son proporcionales al empleo.[10]

[8] El log de esta variable exógena sigue un proceso autorregresivo estándar de orden uno, $\log(\mu_{t+1}^u) = \rho_3 \log(\mu_t^u) + (1-\rho_3)\log(\bar{\mu}^u) + \epsilon_{t+1}$.

[9] La función de utilidad fue escogida log-lineal por simplicidad. Un análisis de sensibilidad podría hacerse con respecto a la función de utilidad, pero esto no es nuestro objetivo. La implicación que el valor del coeficiente de aversión al riesgo tiene en el modelo es la disposición de los agentes a suavizar el consumo, mientras más alto sea el valor de este parámetro mayor será el deseo de los agentes de suavizar el consumo. Esto tendrá, por lo tanto, efectos sobre la inversión y sobre la cuenta corriente en el caso de una economía abierta.

[10] En cada período en vez de escoger horas de trabajo por persona, los hogares escogen una probabilidad de trabajar α. El nuevo *commodity* que se introduce es un contrato entre la empresa y el hogar que se compromete a trabajar h_0 horas con una probabilidad de α. El contrato es lo que se intercambia, así los hogares reciben su salario trabajen o no. Dado que los hogares son idénticos, todos ellos van a escoger el mismo α. Así, el conjunto de los hogares ofrecen αh_0 que es una cantidad fija. Como la función de utilidad es lineal en el ocio, implica una elasticidad de sustitución infinita entre ocio en diferentes períodos. Esto se mantiene sin importar cuán pequeña sea la elasticidad para los individuos en la economía. Por consiguiente, la elasticidad de sustitución entre ocio en diferentes períodos para la economía agregada es infinita e independiente de la voluntad de los

Por otra parte, H representa los hábitos de consumo de cada individuo:

$$H_{t+1} - H_t - \rho(c_t - H_t) = 0, \tag{8}$$

donde H_0 está dado. El hábito de consumir hoy depende del consumo y del hábito del último período.[11] Mientras más alto es el hábito, mayor es la desutilidad que se va a generar. En el período actual el individuo va a tener que consumir más para estar tan satisfecho como en el período anterior.[12]

Entonces el problema dinámico del hogar representativo es:

$$\max_{\{c,h,x,k,m,H\}} E_t\left(\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u\left(c_t, H_t, h_t, \mu_t^u\right)\right),$$

sujeto a (2), (3), (4), (5), (7), (8) y a las siguientes dos condiciones de transversalidad:[13]

$$Lim_{t\to\infty}\beta^t\gamma_t = 0$$

$$Lim_{t\to\infty}\frac{\beta^t\lambda_t}{(1+i_t^f)}\gamma_t = 0.$$

De acuerdo con esto, las condiciones de primer orden del problema del hogar son las siguientes:[14]

$$u_{c_t}\left(c_t, H_t, h_t, \mu_t^u\right) + \eta_t\rho = \lambda_t\left(1 + \Phi_{c_t}\left(c_t, m_{t+1}, x_t\right)\right) \tag{9}$$

individuos de sustituir ocio a través del tiempo. Si α aumenta entonces esto significa que las personas están dispuestas a trabajar más, esto es, una porción más grande de personas está trabajando. Entonces, la suma de horas trabajadas es mayor y con la misma población (asumiendo que no hay crecimiento de la población) el número de horas trabajadas per cápita será más alta.

[11] Comúnmente conocido como hábito *introspectivo*.

[12] Esta fricción es introducida con el propósito de obtener la persistencia en el consumo que se observa en los datos.

[13] En el método de solución, las dos condiciones de transversalidad son reemplazadas por condiciones de estabilidad.

[14] La condición de primer orden concerniente al consumo es hecha respecto a c_t y no $c(z)_t$, porque se ha probado que es lo mismo. Ver apéndice 6 para la demostración.

$$(10) \qquad u_{h_t}\left(c_t, H_t, h_t, \mu_t^u\right) + \lambda_t \frac{W_t}{P_t^c} = 0$$

$$(11) \qquad \lambda_t\left(\Phi_{x_t}\left(c_t, m_{t+1}, x_t\right) + q_t\right) = \gamma_t f_{x_t}\left(\frac{x_t}{k_t}\right)k_t$$

$$(12)\ \beta E_t\left(\lambda_{t+1}\frac{R_{t+1}}{P_{t+1}^c} + \gamma_{t+1}\left(f\left(\frac{x_{t+1}}{k_{t+1}}\right) + \frac{\partial\left(f\left(\frac{x_{t+1}}{k_{t+1}}\right)k_{t+1}\right)}{\partial\left(k_{t+1}\right)}\right) + \gamma_{t+1}(1-\delta)\right) = \gamma_t$$

$$(13) \qquad \beta E_t\left(\frac{\lambda_{t+1}}{\left(1+\pi_{t+1}^c\right)\left(1+\Phi_{m_{t+1}}\left(c_t, m_{t+1}, x_t\right)\right)}\right) = \lambda_t$$

$$(14) \qquad \beta E_t\left(\frac{\lambda_{t+1}\left(1+i_{t+1}\right)}{\left(1+\pi_{t+1}^c\right)}\right) = \lambda_t$$

$$(15) \qquad \beta E_t\left(\lambda_{t+1}\left(1+i_{t+1}^f\right)q_{t+1}\right) = \lambda_t q_t$$

$$(16) \qquad \beta E_t\left(\eta_{t+1} + U_{H_{t+1}}\left(c_{t+1}, H_{t+1}, h_{t+1}, \mu_{t+1}^u\right) - \eta_{t+1}\rho\right) = \eta_t$$

y las ecuaciones (4), (5) y (8). Donde λ, γ y η son los multiplicadores de Lagrange asociados con la restricción presupuestaria, la evolución del capital y la evolución del acervo de hábitos, respectivamente.

2.2 Los productores

Este sector es competitivo y los productores buscan maximizar sus beneficios escogiendo el nivel de capital y trabajo, dada la tasa de renta del capital, el salario nominal y una tecnología de producción, el producto se vende a un precio P_t. Se asume que la tecnología es una función de producción estándar Cobb–Douglas. Por lo tanto, el problema que enfrentan los productores es resolver:

$$(17) \qquad \max_{\{k,h\}} \Pi_t = P_t A_t (k_t^d)^{\alpha} (h_t^d)^{(1-\alpha)} - R_t k_t^d - W_t h_t^d,$$

donde A_t es el nivel de productividad, el subíndice d representa la demanda del insumo específico y $\log(A_t)$ sigue un proceso autorregresivo estándar de orden uno.[15] Las condiciones de primer orden para los productores del bien homogéneo son las típicas.

2.3 Los minoristas

Los minoristas, compran el producto homogéneo de los productores al precio P_t y le colocan su marca específica al bien de consumo sin costo adicional. No obstante, en cada período los minoristas se enfrentan a una probabilidad constante, $1-\varepsilon$, de recibir una señal, que les dice que ellos pueden reoptimizar su precio; esta probabilidad tiene un comportamiento como en Calvo (1983). Los otros minoristas ε siguen una regla de indización hacia atrás, ver Eichenbaum y Christiano, Evans (2001).[16] Esta probabilidad es independiente de las empresas y del tiempo. Asumimos que si un minorista no recibe la señal, fija su precio de acuerdo a:[17]

$$p_t^{rule}(z) = p_{t-1}^c(z)(1+\pi_{t-1}^c), \tag{18}$$

donde p_{t-1}^c es el precio de minorista de los últimos períodos

[15] $\log(A_{t+1}) = \rho_1 \log(A_t) + (1-\rho_1)\log(\bar{A}) + \in_{t+1}$ donde $\bar{A}$ representa el valor promedio tomado por A en el tiempo.

[16] Esta regla de indización hace que sea posible para el modelo tener una inflación diferente de cero. También implica que en el estado estacionario los precios van a tener una dispersión cero, es decir el precio que sigue la regla de indización hacia atrás es igual al precio óptimo. Otras reglas de fijación de precios son $p_t^{rule}(z) = p_{t-1}^c(z)$ o $p_t^{rule}(z) = p_{t-1}^c(z)(1+\bar{\pi})$ donde $\bar{\pi}$ es la inflación de largo plazo. Estas reglas son estudiadas por Dotsey, King y Wolman (1999).

[17] Una manera de interpretar esta regla de fijación de precios es asumir que en cada período los minoristas se enfrentan a una probabilidad constante $1-\varepsilon$, de necesitar recolectar la información acerca del estado de la economía con el propósito de reoptimizar su precio (ver Mankiw y Reis, 2002). Así aquellos $1-\varepsilon$ que reúnen la información, reoptimizan su precio de acuerdo con ello. En contraste, los otros minoristas ε siguen una regla de indización hacia atrás, ellos cambian sus precios de acuerdo con la información del pasado. De este modo, no es exactamente un caso de precios rígidos, porque como uno puede ver, todos están cambiando los precios, pero no reoptimizando. Este es más un caso de información rígida.

y π_{t-1}^{c} es la tasa de inflación del período $t-1$ del índice agregado de precios al consumidor.

Con probabilidad $1-\varepsilon$, un minorista va a optimizar y a fijar el precio en p_t^{opt}. Si este es el caso, el problema del minorista es el siguiente.

Los beneficios esperados de cada minorista[18] (z) en el período $t+j$ están dados por:

$$E_t\left(\Pi^R(z)_{t+j}\right)=E_t\left(c(z)_{t+j}(p^c(z)_{t+j}-P_{t+j})\right). \tag{19}$$

Los beneficios reales de cada minorista son $\Pi^R(z)_{t+j}/P_{t+j}^{c}$, así aquellas empresas que han ajustado su precio en el período t escogerán $p^c(z)_{t+j}$ para:

$$\max_{\{p^c(z)_t\}} E_t\sum_{j=0}^{\infty}\left(1-\varepsilon\right)\varepsilon^j\Delta_{t+j}\frac{\Pi^R(z)_{t+j}}{P_{t+j}^{c}},$$

donde el factor de descuento $\Delta_{t+j}=\beta^j\dfrac{u'(C_{t+j},h_{t+j},H_{t+j})}{u'(C_t,h_t,H_t)}$ es un factor de descuento apropiado de acuerdo con la tasa de interés real del mercado, y los hogares la toman como dada para su problema de maximización. Observe que en el período t la empresa escoge un precio a partir de ahora, $p^c(z)_{t+j}=p^c(z)_t$ debido a la incertidumbre en el cambio futuro de precios, en otras palabras, la empresa maximiza tomando en cuenta que hoy reoptimizan precios (con probabilidad $(1-\varepsilon)$) y que para j períodos ellos no reoptimizan (con probabilidad ε^j).

Del problema del hogar se puede demostrar que (ver apéndice 1) la demanda para el bien de consumo $c(z)_t$ es:

$$c(z)_{t+j}=\left(\frac{p^c(z)_{t+j}}{P_{t+j}^{c}}\right)^{-\theta}c_{t+j}, \tag{20}$$

de manera que el problema de maximización termina siendo:

$$\max_{\{p^c(z)_t\}} E_t\sum_{j=0}^{\infty}(1-\varepsilon)\varepsilon^j\Delta_{t+j}c_{t+j}\left[\left(\frac{p^c(z)_{t+j}}{P_{t+j}^{c}}\right)^{1-\theta}-q_{t+j}\left(\frac{p^c(z)_{t+j}}{P_{t+j}^{c}}\right)^{-\theta}\right].$$

[18] Los minoristas se indizan con z.

Después de resolver para $p^c(z)_t$, la solución viene a ser (ver el apéndice 2 para la derivación):

$$\frac{p_t^{opt}}{P_t^c} = \frac{\theta}{\theta - 1} E_t \left[\frac{\sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} q_{t+j} \left(\frac{P_{t+j}^c}{P_t^c} \right)^{\theta}}{\sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \left(\frac{P_{t+j}^c}{P_t^c} \right)^{\theta - 1}} \right], \tag{21}$$

o lo que es lo mismo:

$$\frac{p_t^{opt}}{P_t^c} = \frac{\theta}{\theta - 1} E_t \left(\frac{\Theta_t}{\Psi_t} \right),$$

donde:

$$\Theta_t = \Delta_t c_t q_t + \varepsilon E_t \left((1 + \pi_{t+1}^c)^{\theta} \Theta_{t+1} \right),$$

$$\Psi_t = \Delta_t c_t + \varepsilon E_t \left((1 + \pi_{t+1}^c)^{\theta - 1} \Psi_{t+1} \right)$$

y p_t^{opt} denota el precio del bien $c(z)_t$ fijado por el minorista z en el caso que decida optimizar. Dado que (20) implica que el índice de precios es también un agregador CES, también puede mostrarse que el índice de precios P_t^c está dado por:[19]

$$P_t^c = \left[\varepsilon (p_t^{rule})^{1-\theta} + (1 - \varepsilon)(p_t^{opt})^{1-\theta} \right]^{\frac{1}{1-\theta}}, \tag{22}$$

y entonces la dinámica de la inflación agregada está dada por:

[19] Como sabemos el índice de consumo es $c_t = \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$, lo cual implica que la demanda para el $z-ésimo$ bien es $c(z)_{t+j} = \left(\frac{p^c(z)_{t+j}}{P_{t+j}^c} \right)^{-\theta} c_{t+j}$, donde P_{t+j}^c es un índice del costo de comprar una unidad de $c(z)_t$: $P_t^c = \left[\int_0^1 (p_t^c(z))^{1-\theta} dz \right]^{\frac{1}{1-\theta}}$. Esta integral puede ser dividida en dos. Así, los minoristas pueden ser separados en dos grupos, una fracción $(1-\varepsilon)$ que optimiza sus precios, y una fracción ε que no lo hace.

$$(23) \qquad (1+\pi_t^c) = \left(\varepsilon(1+\pi_{t-1}^c)^{(1-\theta)} + (1-\varepsilon)\left(\frac{p_t^{opt}}{P_t^c}\right)^{(1-\theta)} (1+\pi_t^c)^{(1-\theta)} \right)^{\frac{1}{1-\theta}}.$$

2.4 Autoridad monetaria y fiscal consolidada

En cada período *t,* el gobierno emite dinero, transfiere sumas fijas a los hogares y hace gastos improductivos. También se asume que el gobierno recauda los costos de liquidez pagados por los hogares. La hipótesis de que el gobierno recolecta los costos de transacción es importante pero nos permite concentrarnos en los efectos distorsionantes de la inflación vía precios y aislar estos efectos del efecto ingreso que esta pueda inducir. Es decir, si bien la hipótesis sobre la recolección de los costos de transacción por parte del gobierno es poco realista, eliminar el efecto ingreso de la inflación sobre el agregado de la economía, suponiendo que el gobierno recolecta los costos de transacción, nos parece conveniente. El señoreaje y también los costos de liquidez representan ingreso para el gobierno, de modo que su restricción presupuestaria es la siguiente:

$$(24) \qquad m_{t+1}^s - \frac{m_t^s}{1+\pi_t^c} + \Phi\left(c_t, m_{t+1}, I_t\right) = \tau_t + \left(\frac{g_t}{y_t}\right) y_t,$$

donde las letras con subíndices *s* representan una oferta, y g_t es el gasto real del gobierno. $\log\left(\frac{g_t}{y_t}\right)$ sigue un proceso autorregresivo estándar de orden uno.[20]

También se asume que la política monetaria es conducida con una regla de política de tasa de interés de la siguiente forma:

$$(25) \qquad i_t = i + \zeta\left(\pi_t^c - \bar{\pi}^c\right) + \xi\left(y_t - y^{ss}\right),$$

[20] $\log\left(\frac{g_{t+1}}{y_{t+1}}\right) = \rho_2 \log\left(\frac{g_t}{y_t}\right) + (1-\rho_2)\log\left(\frac{\overline{g}}{y}\right) + \varepsilon_{t+1}$ donde $\left(\frac{\overline{g}}{y}\right)$ representa el valor promedio tomado por $\frac{g}{y}$ en el tiempo.

donde i es el nivel de la tasa nominal de interés de estado estacionario, $\bar{\pi}^c$ es la meta de inflación,[21] y y^{ss} corresponde al nivel de producto de estado estacionario (este es el nivel de producto en ausencia de choques).[22] y_t es determinado por la tecnología de producción descrita en la última subsección. ζ y ξ son parámetros que determinan la importancia que la autoridad monetaria otorga a la inflación y al producto respectivamente cuando usa la tasa de interés nominal como instrumento de política.

2.5 Equilibrio competitivo

Para caracterizar el equilibrio competitivo, se usan las siguientes definiciones:

Definición: Un sistema de precios es una secuencia positiva: $\{W_t, R_t, p_t^{rule}, p_t^{opt}, P_t^c, P_t, e_t, i_t, i_t^f\}_{t=0}^{\infty}$

Definición: $\{A_t, \mu_t^g, \mu_t^u, \frac{g_t}{y_t}, P_t^*\}_{t=0}^{\infty}$ son tomados como secuencias exógenas. $m_0, k_0, b_o, F_0, H_o > 0$ son también tomados como dados. Un equilibrio es un sistema de precios, una secuencia de consumo $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$, inversión $\{x_t\}_{t=0}^{\infty}$, capital $\{k_t\}_{t=1}^{\infty}$, número de horas trabajadas por hombre per cápita $\{h_t\}_{t=0}^{\infty}$, acervo de hábitos $\{H_t\}_{t=1}^{\infty}$, saldo real doméstico de bonos privados $\{b_t\}_{t=1}^{\infty}$, activos externos netos $\{F_t\}_{t=1}^{\infty}$ y una secuencia positiva de saldos monetarios reales $\{m_t\}_{t=1}^{\infty}$, de manera que:

- Dado el sistema de precios y transferencias netas de suma fija, el problema de control óptimo del hogar es resuelto con $\{m_t^d = m_t^s = m_t\}_{t=1}^{\infty}$, $\{k_t^d = k_t^s = k_t\}_{t=1}^{\infty}$, $\{b_t = 0\}_{t=1}^{\infty}$, $\{h_t^d = h_t^s = h_t\}_{t=0}^{\infty}$, $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$ y un nivel de $\{F_t\}_{t=1}^{\infty}$ tal que $(1+i_t) = (1+i_t^f)(1+d_t)$ es satisfecha.
- La restricción presupuestaria del gobierno (24) y la regla de política (25) son satisfechas para todo $t \geq 0$.

[21] Observe que esta meta está en términos de inflación de precios de los bienes heterogéneos.

[22] No es el nivel de producto en ausencia de fricciones debido a que los costos de transacción están todavía presentes en el estado estacionario.

– $Y_t = C_t + I_t + G_t + F_{t+1} - (1 + i_t^f)F_t$ para todo t.

Esta última condición es la restricción de recursos estándar en una economía pequeña y abierta (ver apéndice 5 para la derivación).

2.6 Resolviendo el modelo

Con el propósito de resolver el modelo, establecemos primero el sistema dinámico no lineal de primer orden que caracteriza el equilibrio competitivo. Para calcular el estado estacionario transformamos el sistema de ecuaciones en su representación determinnística de estado estacionario y resolvemos usando métodos numéricos. Entonces linealizamos con logaritmos alrededor del estado estacionario determinístico. En esta etapa el sistema es expresado en término de desviaciones relativas del estado estacionario.

Después de resolver el modelo usando el método de King, Plosser y Rebelo (2001,), obtenemos matrices **M** y **H** que generan la solución dinámica por iteración sobre las siguientes dos ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_t &= \mathbf{H}\mathbf{x}_t \\ \mathbf{x}_{t+1} &= \mathbf{M}\mathbf{x}_t + \mathbf{R}\eta_{t+1}, \end{aligned} \tag{26}$$

donde **Y** es un vector compuesto por variables de control, de coestado y de flujo**,** **x** es un vector de estados endógenos y exógenos, **H** caracteriza la función de política y **M** la matriz de transición de estados. η_{t+1} es un vector de innovación y **R** es una matriz compuesta de ceros, unos o un parámetro en lugar de un uno. Esta matriz determina cuales variables son impactadas por choques y en qué magnitud.

3. Calibración

Procedemos a calibrar el modelo. Hay algunos parámetros que son indiscutibles, mientras que otros merecen alguna explicación. El parámetro B es calibrado para obtener $h=\frac{1}{3}$ en estado estacionario. La participación del capital en la función de producción se fija en $\alpha=\frac{1}{3}$, la cual corresponde aproximadamente a la participación del capital en el ingreso. La serie de tiempo del acervo de capital en Colombia es construida, y asume una tasa de depreciación trimestral de 0.012, de manera que fijamos $\delta=0.012$. El parámetro θ que determina el grado de competencia en el mercado de los bienes diferenciados, es fijado en 5 con el propósito de obtener un *markup* de 25% de acuerdo con la más reciente investigación sobre la estructura de mercado disponible en Colombia.[23] El parámetro ε que determina el grado de rigidez de los precios se fija en 0.75 con el fin de tener precios cambiantes cada año, esta fue la estimación obtenida por Bejarano (2004) para Colombia. β, que en equilibrio es igual a $\frac{1}{1+r}$ se fija en 0.984 de acuerdo con Vásquez (2003) quien estimó la tasa de interés anual de largo plazo para Colombia en 6.81%, lo cual corresponde a una tasa trimestral de 1.6%. La meta de inflación $\bar{\pi}$ se fija en 5.5% (tasa anual) de acuerdo con la meta fijada para este año por el Banco Central. i fue fijada de acuerdo con $\bar{\pi}$ y r. Fijamos la tasa de interés internacional en $i_t^*=0.03$. Los parámetros ς correspondientes a la ponderación dada por la autoridad monetaria para la inflación fue de 1.7 de acuerdo con Melo y Riascos (2004), aunque ellos estimaron la regla con un rezago sobre la tasa de interés y el parámetro ξ se fijó en 0.[24]

[23] Ver Arango *et al.* (1991).

[24] El modelo es muy inestable para valores diferentes de cero en este parámetro.

El parámetro ω_{ss} de la función prima de riesgo fue calibrado de acuerdo con el margen entre i e i_t^*. Calibramos el resto de los parámetros de la función prima de riesgo, ϑ, para igualar la deuda externa de largo plazo expresada como coeficiente del PIB, la cual para Colombia es de cerca de 30%.

Los costos de ajuste de la inversión fueron calibrados de manera que en el estado estacionario no hay costos de ajuste: $f\left(\frac{x}{k}\right) = c_2\left(\frac{x}{k}\right)^2 + c_1\left(\frac{x}{k}\right) + c_0 = \left(\frac{x}{k}\right)$ y $f'\left(\frac{x}{k}\right) = 1$. Para un c_2 dado, estas dos condiciones determinan c_1 y c_0. Así, c_2 se fija para replicar la volatilidad de la inversión que de acuerdo con el filtro Hodrick-Prescott es 18.8% para Colombia.

Puesto que no hay información acerca de los parámetros que determinan la evolución de los hábitos en el tiempo, nosotros lo calibramos para replicar algunas propiedades estocásticas de las series de tiempo del consumo para Colombia: ϕ se fija para replicar su volatilidad tan cerca como sea posible (la cual es de 1.4% para Colombia de acuerdo con los datos filtrados usando a Hodrick-Prescott) y ρ se fija para obtener la persistencia observada del componente cíclico del consumo.

Ponemos especial atención al parámetro α en la función de costos de transacción, la cual determina la elasticidad de la cantidad de dinero demandado para el consumo y la tasa de interés. Las condiciones de primer orden del modelo nos permiten obtener una aproximación de la demanda de dinero de esta economía. Así, decidimos estimar los valores de α y κ. Usando las ecuaciones (14) y (13) resolvemos determinísticamente para m_{t+1} y obtenemos:

$$m_{t+1}^{1+a} = \frac{a\kappa(c_t + \nu q_t x_t)^a}{\frac{i_{t+1}}{1+i_{t+1}}}. \tag{27}$$

Aplicando logaritmos a la ecuación (27) obtenemos:

$$\log(m_{t+1}) = \frac{1}{1+a}\log(a\kappa) + \frac{a}{1+a}\log(c_t + \nu q_t x_t) - \frac{1}{1+a}\log(i_{t+1}) + \frac{1}{1+a}\log(1+i_{t+1}),$$

y la estimamos con el propósito de resolver los coeficientes

a, κ y ν. Usamos mínimos cuadrados ordinarios no lineales con las siguientes tres restricciones: $a > 1$, $0 < \nu < 1$ y $\kappa > 0.0645$. La restricción sobre a es para evitar el caso de una función lineal, aquella para ν es sencilla y en principio κ debe ser $\kappa > 0$ pero 0.0645 es el mínimo valor para el cual somos capaces de obtener la solución. Lo que nosotros encontramos fue una solución de esquina para κ, de manera que nuestros resultados fueron $a = 1.858$, $\kappa = 0.0645$ y $\nu = 0.025$. M1 fue usado para *m*, para *q* que puede ser definido como el tipo de cambio real (recordemos que en el modelo $q = \frac{e_t}{P_t^c} = \frac{P_t}{P_t^c}$) usamos el tipo de cambio nominal del mercado spot multiplicado por el IPC subyacente de los Estados Unidos (IPC menos alimentos y energía) dividido por el IPC de Colombia, y para i usamos la tasa de interés de 90 días de los CD (certificados de depósito).

Finalmente, describimos los parámetros relacionados con los choques exógenos. Nos enfocamos solo en los choques de productividad puesto que son los únicos usados en nuestras simulaciones. Para el choque de productividad, *A*, hacemos un cálculo del residuo de Solow estándar para obtener un coeficiente de autocorrelación de $\rho_1 = 0.83$. La desviación estándar se calibra para reproducir lo más cercano posible la volatilidad observada del producto (usando un filtro de Hodrick-Prescott es de 1.62%).[25] Finalmente, la desviación estándar de la variable de presión A se fija para reproducir lo más cercano posible la volatilidad observada del producto la cual se encontró que es de 1.62% de acuerdo al filtro de Hodrick-Prescott.

[25] Usando datos trimestrales del trabajo, capital y producto desde el primer trimestre de 1984 hasta el cuarto trimestre de 2003, y expresando la función de producción en logaritmos uno puede resolver para $\log(A_t)$ con el propósito de obtener una serie de tiempo para *A*. De este nuevo conjunto de datos, encontramos un valor promedio $A = 1.19$ (en niveles). El parámetro ρ_1 se encontró realizando la siguiente regresión $\log(A_t) = \rho_1 \log(A_{t-1}) + (1-\rho_1)\log(\overline{A}) + \in_t$ donde $\in$ es un término de error. Realizamos una prueba de Wald para probar la hipótesis nula $\rho_1 + (1-\rho_1) = 1$ y obtenemos un valor estadístico *F* de 0.2156 y un valor de *p* de 0.6437, de manera que nuestra hipótesis nula es aceptada y *A* puede seguir un proceso autorregresivo estándar de orden uno como se estableció antes.

Las autocorrelaciones de los choques restantes, gastos del gobierno, preferencias y prima de riesgo fueron de 0.773, 0.8 y 0.69, respectivamente.[26] Como mencionamos arriba estos parámetros no son considerados en nuestro ejercicio de simulación.

[26] La autocorrelación ρ_2 de la variable $\frac{g_t}{y_t}$ se encuentra haciendo lo siguiente: tomamos la razón entre el gasto total real del gobierno y el PIB real, luego calculamos el promedio de esta serie y encontramos $\frac{\overline{g}}{y} = 0.15$, entonces estimamos un proceso autorregresivo y encontramos $\rho_2 = 0.773$ y que la desviación estándar del error es 0.0063. Para el choque de preferencia tomamos la encuesta de percepción del consumidor de Fedesarrollo y específicamente usamos el índice de confianza del consumidor. Asumimos que por construcción el índice tiene promedio cero, esto debido a que a los consumidores se les indaga sobre si ellos tienen un sentimiento positivo o negativo sobre algo y las respuestas negativas son sustraídas de las positivas, de manera que en estado estacionario las respuestas están divididas por la mitad. Como el promedio del proceso se asume que es cero, entonces corremos la regresión del proceso autorregresivo sin intercepto y encontramos la autocorrelación ρ_3 de la variable μ_t^u como $\rho_3 = 0.8$ y la desviación estándar del error de 0.07.

La autocorrelación ρ_4 de la variable μ_t^g se encuentra haciendo lo siguiente: una serie diaria del índice de bonos de mercados emergentes (EMBI) es usada como proxi de la variable μ_t^g. Como nuestro modelo es trimestral entonces encontramos el promedio geométrico trimestral de la serie. Sabemos que estamos asumiendo que esta variable tiene $\overline{\mu}^g = 1$, de modo que el intercepto del proceso autorregresivo es cero, así podemos encontrar el logaritmo de nuestra serie trimestral y sustraemos su promedio. Entonces estimamos un proceso autorregresivo y encontramos $\rho_4 = 0.69$ y que la desviación estándar del error es de 0.0245.

4. Validando el modelo

4.1 El modelo teórico *vs*. los datos observados

Con el propósito de valorar el alcance para el cual el modelo calibrado replica los rasgos sobresalientes o interesantes de la economía real, seguimos una metodología de dominio de frecuencia propuesta por Diebold *et al.* (1998). En esta subsección resumimos la metodología y presentamos nuestros resultados respecto a la consistencia del espectro de los datos con el espectro del modelo.

La metodología consiste en cinco pasos. Primero, tomamos una serie del producto interno bruto (PIB) y otra de la inflación,[27] se aplicaron logaritmos a la serie del PIB y entonces ambos (inflación y producto) fueron ajustados estacionalmente usando el filtro X12 y posteriormente filtrados usando a Hodrick-Prescott, de manera que las frecuencias más allá de ocho años fueron eliminadas. Segundo, estimamos el espectro de los datos muestrales y calculamos su incertidumbre acudiendo a las técnicas de *bootstrap*. Tercero, del espectro estimado y su incertidumbre determinamos los rasgos sobresalientes o interesantes que esperamos replique el modelo teórico. Cuarto, calculamos el espectro del modelo teórico. Finalmente, comparamos los espectros estimados teórico y observado a las frecuencias requeridas. La metodología propuesta por Diebold *et al.* va un poco más allá proponiendo una técnica de estimación de máxima verosimilitud espectral para calibrar los parámetros del modelo minimizando la discrepancia entre los espectros del modelo muestral y del teórico a frecuencias predefinidas. Este paso se deja para un trabajo futuro.

[27] La serie para el producto interno bruto fue construida así: para el período 1994-2003, los datos trimestrales fueron tomados de las estadísticas de cuentas nacionales del Departamento Nacional de Estadísticas colombiano (DANE). Para el período 1977-2003, esta serie fue encadenada hacia atrás usando la tasa de crecimiento trimestral que informa el Departamento Nacional de Planeación (DNP) para este período. La serie de inflación es del Banco Central.

4.2 Estimación del espectro

Para un proceso estacionario de covarianza lineal regular N-variado con matrices de autocovarianza poblacional $\Gamma(\tau) = E\left[(\mathbf{Y}_{t+\tau} - \mu)(\mathbf{Y}_t - \mu)^T\right]$, el espectro de la población a la frecuencia ω está definido como:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{Y}}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\sum_{\tau=-\infty}^{\infty}\Gamma(\tau)\exp(-iw\tau),$$

para $\omega \in [-\pi, \pi]$. Una propiedad importante del espectro es que:

$$\int_{-\pi}^{\pi}\mathbf{F}_{\mathbf{Y}}(\omega)\exp(iw\tau)d\omega = \Gamma_\tau,$$

lo cual es particularmente útil cuando $\tau = 0$. Ver Hamilton (1994) capítulos 6 y 10.

Los elementos de la diagonal $\mathbf{F}_{\mathbf{Y}}(\omega)$, $f_{kk}(\omega)$, son el espectro univariado. De acuerdo con el teorema de representación espectral, las áreas debajo de esta curva son la contribución relativa de las frecuencias a la varianza incondicional total de la variable k-ésima.

Los elementos fuera de la diagonal $f_{kl}(\omega)$, son las densidades espectrales cruzadas, y pueden ser expresadas en forma polar como:

$$f_{kl}(\omega) = ga_{kl}(\omega) \times \exp\{i \times ph_{kl}(\omega)\},$$

donde:

$$ga_{kl}(\omega) = \sqrt{re^2(f_{kl}(\omega)) + im^2(f_{kl}(\omega))}$$

es la ganancia y:

$$ph_{kl}(\omega) = \arctan\{im(f_{kl}(\omega)) / re(f_{kl}(\omega))\}$$

es la fase a una frecuencia ω. La ganancia nos dice por cuánto la amplitud de y_l tiene que ser multiplicada con el propósito de alcanzar la amplitud de y_k a una misma frecuencia ω. La fase mide el adelanto de y_k sobre y_l a la frecuencia ω (El desplazamiento de la fase en unidades de tiempo es $ph(\omega)/\omega$). En lugar de usar la ganancia es costumbre informar la coherencia definida como $coh_{kl}(\omega) = ga^2(\omega) / (f_{kk}(\omega) \times f_{ll}(\omega))$, la cual mide la correlación al cuadrado entre y_k y y_l a la frecuencia ω [ver Hamilton (1994) capítulo 10].

Una manera obvia no paramétrica de estimar el espectro poblacional con base en una muestra $\{\mathbf{Y}_t\}_{t=1}^{T}$, es reemplazar las autocovarianzas poblacionales y el vector de promedios μ con las cantidades muestrales de manera que la muestra de autocovarianzas con τ rezagos viene a ser:

$$\hat{\Gamma}_\tau = \frac{1}{T}\sum_{t=\tau}^{T-1}\left(\mathbf{Y}_{t-\tau} - \overline{\mathbf{Y}}\right)\left(\mathbf{Y}_t - \overline{\mathbf{Y}}\right) \quad \text{para} \quad -\left(T-1\right) \leq \tau \leq \left(T-1\right),$$

y el espectro estimado:

$$\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{Y}}\left(\omega_j\right) = \frac{1}{2\pi}\left\{\sum_{\tau=-(T-1)}^{T-1} \hat{\Gamma}_\tau \exp\left(-iw_j\tau\right)\right\},$$

evaluado a frecuencias $\omega_j = 2\pi j / T$ para j=1,2,3,...,T/2-1. Sin embargo, esta estimación muestral no es consistente. Una estimación consistente puede encontrarse creando las ventanas de secuencia de autocovarianzas usando el enfoque de Blackman-Tuckey el cual da un espectro estimado de la forma:

$$\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{Y}}^{*}\left(\omega_j\right) = \frac{1}{2\pi}\left\{\sum_{\tau=-(T-1)}^{T-1} \Lambda\left(\tau\right)\hat{\Gamma}_\tau \exp\left(-iw_j\tau\right)\right\},$$

donde la función ventana $\Lambda\left(\tau\right)$ es una matriz de ventanas rezagadas.[28] Ajustando la ventana de rezago de acuerdo al tamaño de la muestra podemos reducir simultáneamente el sesgo y la varianza del espectro estimado y por lo tanto obtenemos un estimador consistente del espectro poblacional. Este enfoque es similar al suavizamiento del periodograma muestral estimado usando un núcleo espectral equivalente. De esta estimación espectral obtenemos estimaciones de la coherencia y fase poblacional.

[28] Una matriz de ventanas rezagadas es generalmente una función ponderada truncada simétrica y positiva para los rezagos. El rezago truncado define el tamaño de la ventana, fuera de esta ventana las ponderaciones son iguales a cero. Dando un peso pequeño o cero a las matrices de autocovarianzas bastante rezagadas (las estimadas pobremente), el espectro estimado viene a ser más suave y consistente a costa de un pequeño sesgo muestral.

4.3 Evaluando la variabilidad muestral

Con el propósito de evaluar la variabilidad muestral de este estimador, Diebold *et al.* proponen usar un algoritmo de remuestreo llamado el factor *bootstrap* de Cholesky. Si el vector de secuencias $\varepsilon^{(i)}$ es una muestra aleatoria de una distribución estándar de dimensión NT, $\left(0_{\mathrm{NT}}, \mathrm{I}_{\mathrm{NT}}\right)$, entonces:

$$\mathbf{z}^{(i)} = \overline{\mathbf{z}} + \mathbf{P}^{*}\varepsilon^{(i)} \sim \left(\mathbf{1}_{T} \otimes \mu, \Sigma^{*} = \mathbf{P}^{*}\mathbf{P}^{*T}\right),$$

donde $\overline{\mathbf{z}} = \mathbf{1}_{T} \otimes \overline{\mathbf{Y}}$ y Σ^{*} es la matriz de varianzas y covarianzas correspondiente obtenida de las matrices de covarianzas estimadas multiplicada por las correspondientes funciones de ventana.

Para cada iteración (i=1,2,3,..., R) extraemos aleatoriamente $\mathbf{z}^{(i)}$ y a partir de este calculamos $\widehat{\mathbf{F}}^{*(i)}\left(\omega_{j}\right)$ para (j=1,2,3,...,T/2-1) y entonces construimos los intervalos de confianza para el espectro, el espectro cruzado, la coherencia y fase del vector.

4.4 El modelo teórico del espectro

Dado que el modelo puede ser escrito en forma de estado de espacio:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{t} &= \mathbf{H}\mathbf{x}_{t} \\ \mathbf{x}_{t+1} &= \mathbf{M}\mathbf{x}_{t} + \mathbf{R}\eta_{t+1} \end{aligned}, \tag{28}$$

donde el vector de innovación η_{t+1} es iid $\left(\mathbf{0}, \Omega\right)$, es sencillo calcular el modelo teórico del espectro por simple aritmética de la densidad espectral [ver Hamilton (1994) capítulo 10]. Observemos que la ecuación (28) está muy relacionada con la ecuación (26).

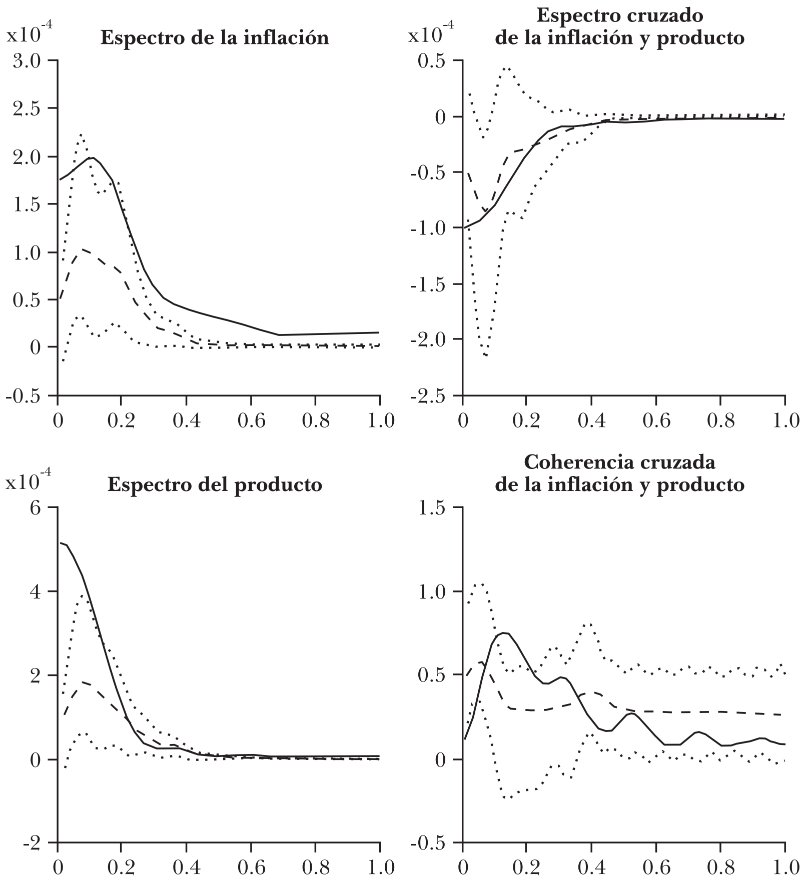
Cuando esto no es posible (esto es cuando Ω es singular o cuando el modelo y los datos observados se asumen que provienen de diferentes conjuntos de transformaciones), es aconsejable generar una trayectoria de simulación más extensa de variables sujetas a innovaciones continuas, y estimar el espectro a partir de esta simulación. Si la simulación es lo suficientemente extensa, los errores muestrales son insignificantes.

En nuestro caso seguimos la segunda metodología. Generamos datos artificiales y tanto éstos como los datos observados, los filtramos usando el filtro Hodrick-Prescott, con el propósito de tener dos grupos de series en las mismas frecuencias para que sean comparables.

4.5 Resultados

La gráfica II contiene, en los paneles superior e inferior de la izquierda, los espectros de la inflación estimada y la brecha del producto con las correspondientes bandas de incertidumbre de 95% y el espectro del modelo teórico. El panel

GRÁFICA II. ESPECTROS Y COHERENCIA



NOTA: La línea sólida corresponde al espectro del modelo teórico. La línea discontinua corresponde al espectro de los datos estimados. Las líneas punteadas corresponden a 95% superior e inferior de las bandas del espectro de datos respectivamente.

superior derecho contiene la densidad espectral cruzada de la inflación estimada y la brecha del producto junto con sus bandas de incertidumbre y el espectro cruzado teórico. En el panel inferior derecho encontramos la coherencia estimada de la inflación y la brecha del producto, su incertidumbre y la teórica.

A partir de los dos paneles de la izquierda, esto es el espectro univariado, encontramos que la densidad espectral es estadísticamente significativa para frecuencias entre $0{,}04\pi$ y $0{,}04\pi$, lo cual corresponde a los períodos entre los 2 y 25 trimestres, y variaciones a lo largo de estas frecuencias explican al menos 80% de la variabilidad de la muestra observada. El espectro estimado muestra un pico para frecuencias entre $0{,}08\pi$ y $0{,}01\pi$, lo cual corresponde a movimientos periódicos entre 10 y 12 trimestres. El periodograma cruzado estimado es negativo para todas las frecuencias y significativo para las frecuencias entre $0{,}04\pi$ y $0{,}01\pi$, esto es para períodos entre 10 y 25 trimestres. La coherencia poblacional es estadísticamente significativa a frecuencias de hasta $0{,}092\pi$, esto es para movimientos periódicos más allá de los 11 trimestres, y no es dominado por ninguna frecuencia particular aunque presenta un pico en $0{,}05\pi$, con una correlación de 0.74 para movimientos alrededor de los 20 trimestres. Es también significativamente disperso para algunas frecuencias altas.

De estas gráficas derivamos los rasgos más sobresalientes de los datos que el modelo tiene que imitar. Primero, la inflación y la brecha del producto son dominados por los movimientos periódicos entre 2 y 25 trimestres con un pico entre 10 y 12 trimestres, lo cual podría mostrar algún grado de rigidez o persistencia. El espectro cruzado y la coherencia muestran resultados en la misma dirección. La coherencia poblacional no parece estar dominada por un conjunto particular de frecuencias. Sin embargo, hay una correlación pico de 0.74 para movimientos alrededor de los 20 trimestres.

El análisis de frecuencia del modelo teórico muestra alguna persistencia tanto en el espectro univariado como en el espectro cruzado, con espectro monótono para la brecha del producto y espectro cruzado. El espectro de la inflación alcanza el máximo a una frecuencia de $0{,}01\pi$, esto es, para movimientos periódicos entre 9 y 10 trimestres. La coherencia teórica del modelo presenta una dominancia clara en frecuencias entre $0{,}01\pi$ y $0{,}45\pi$, esto es movimientos periódicos entre 2 y 20 trimestres, con una coherencia máxima en $0{,}12\pi$, esto es movimientos periódicos entre 8 y 9 trimestres.

La comparación entre el espectro muestral y el teórico y el espectro cruzado revela importantes similitudes. El espectro teórico y el espectro cruzado caen en las bandas de incertidumbre muestral para frecuencias más allá de $0{,}05\pi$, esto es para movimientos periódicos de la inflación y comovimientos de la brecha del producto y la inflación de hasta 20 trimestres, esto es 5 años, y para movimientos periódicos de la brecha del producto de hasta 10 trimestres (2 años y medio). Para frecuencias más cortas, el espectro y el espectro cruzado del modelo son significativamente diferentes de los espectros muestrales. La coherencia del modelo cae en las bandas de incertidumbre para la mayoría de las frecuencias excepto para aquellos alrededor del pico del modelo de coherencia, y movimientos periódicos de muy largo plazo.

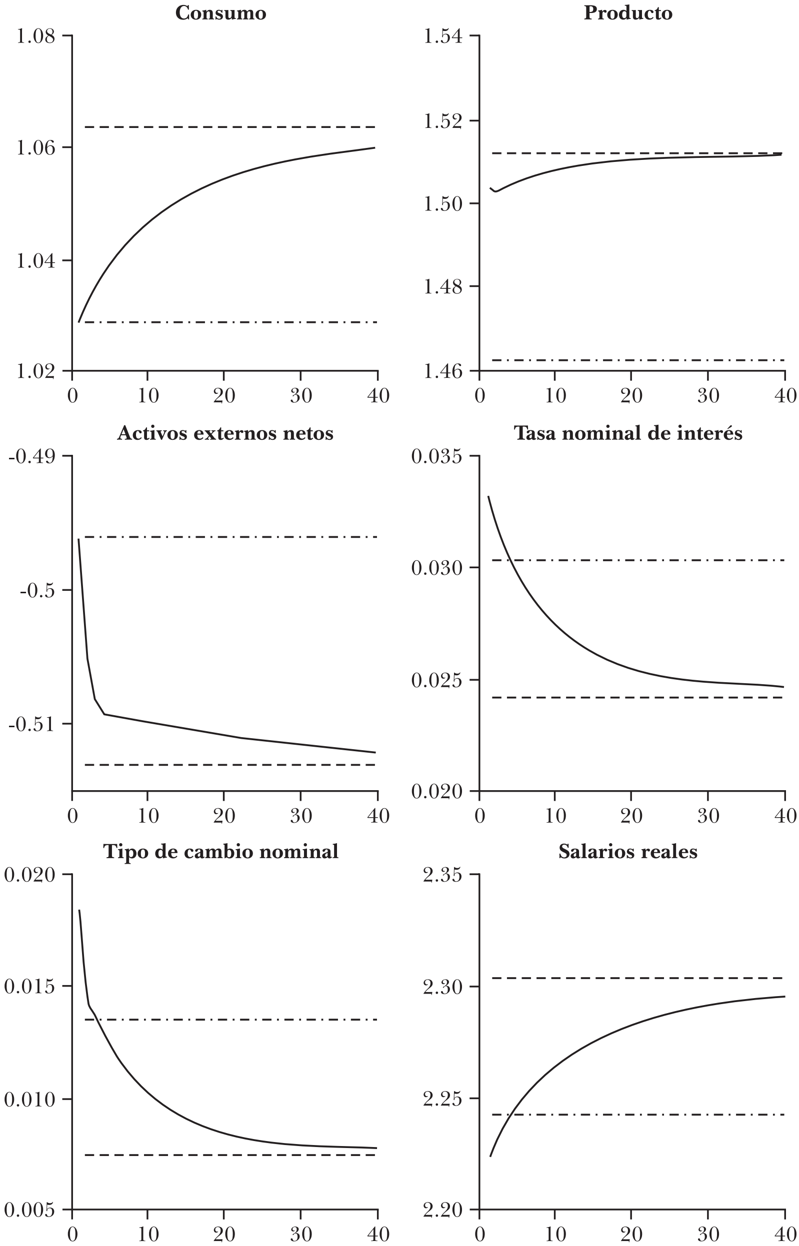
Concluimos que el espectro del modelo teórico y el espectro cruzado no difieren estadísticamente de las respectivas cantidades poblacionales para, al menos, frecuencias más allá de $0{,}05\pi$, lo cual corresponde a movimientos periódicos de hasta al menos 10 trimestres. La coherencia poblacional no es estadísticamente diferente de la coherencia del modelo en la mayoría de las frecuencias, es sólo estadísticamente diferente en el pico de la coherencia del modelo teórico y para frecuencias de muy corto plazo (movimientos periódicos de muy largo plazo).

5. Los costos de la desinflación sobre el bienestar

El banco central de Colombia tiene una meta de inflación de largo plazo de 3% y en promedio, en los últimos tres años la meta ha sido de aproximadamente 5.5%. Por lo tanto, para alcanzar este objetivo y llegar a un estado estacionario con un nivel de inflación de 3%, el banco debería empezar un proceso de desinflación. Antes de seguir adelante sobre la cuantificación de los beneficios o costos (compensación) de la desinflación, nos gustaría usar algún tiempo en el análisis tanto de los estados estacionarios como de la dinámica de la transición seguida por las variables con el propósito de obtener un nuevo estado estacionario.

Las gráficas III y IV muestran tanto los estados estacionarios como las dinámicas de transición seguidas por las variables con el objeto de lograr un nuevo estado estacionario, cuando la calibración para la economía con una tasa de inflación de 5.5% se mantiene, y la única cosa que cambia es la meta de la tasa de inflación anual, dado que el banco central tiene total credibilidad y hace lo que anuncia. La línea guión-punteada corresponde al valor de la variable a la inflación de estado estacionario del 5.5% y la línea con guión a la inflación de estado estacionario del 3%, mientras que la línea sólida corresponde a la transición. En el corto plazo (en impacto), observamos un auge de inversión y un considerable aumento en el empleo. Un rápido incremento en el endeudamiento seguido por una estabilización suave y una inmediata depreciación del tipo de cambio nominal. Observemos que lo que hemos llamado tipo de cambio nominal es igual a la inflación de los bienes homogéneos, por eso la depreciación inmediata obedece a un rápido incremento en la inflación de estos bienes; esto debido a que obtenemos un aumento instantáneo en el rendimiento real al capital el cual es más grande que la disminución en los salarios lo que empuja los precios hacia arriba. Otra interpretación para el mismo fenómeno es que como los agentes tienen previsión perfecta, ellos saben que la deuda empezará a aumentar desde entonces de modo que el

GRÁFICA III. DESINFLACIÓN (A) (períodos trimestrales)



NOTA: Los ejes *x* muestran períodos trimestrales. En tanto, los ejes *y* muestran las variables correspondientes en niveles. La línea guión-punteada corresponde al nivel de la variable en estado estacionario con 5.5% de inflación. La línea discontinua es el nivel de la variable en estado estacionario con 3% de inflación. La línea sólida es la transición seguida por cada una de las variables al moverse de un estado a otro.

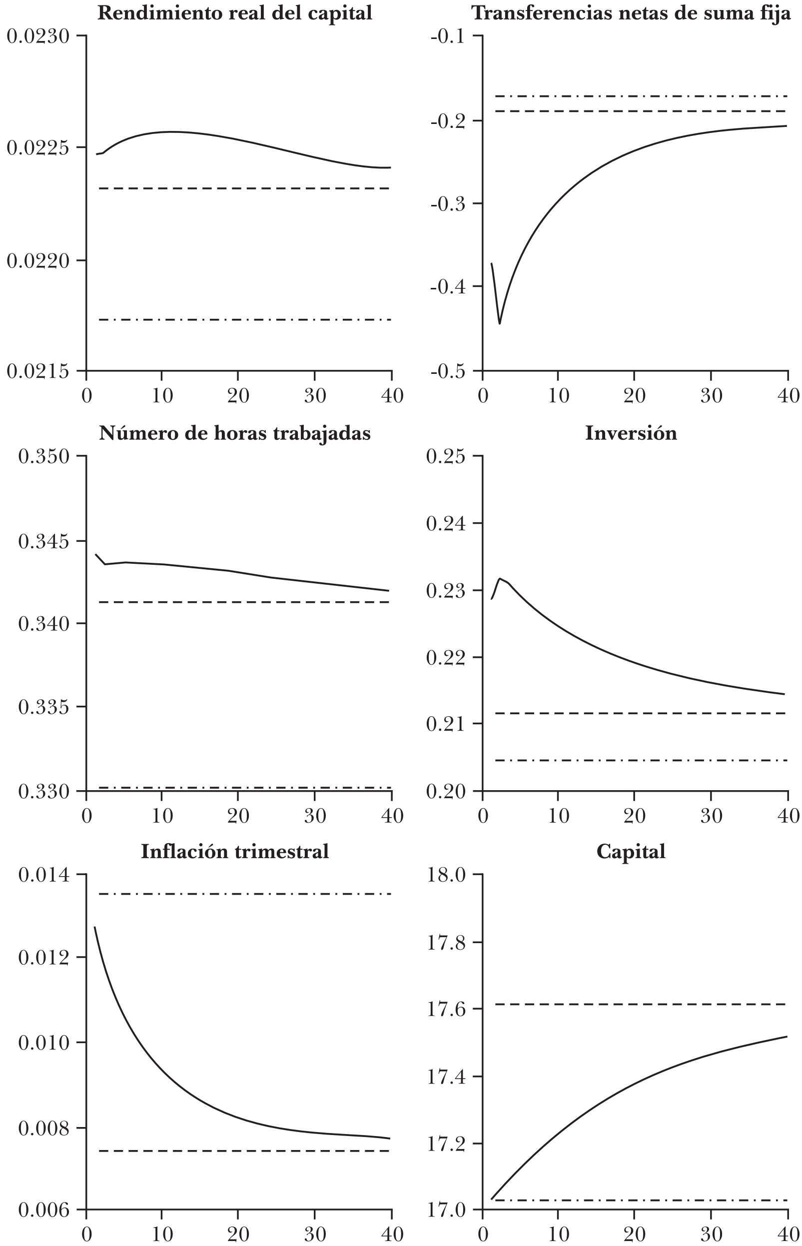
precio de la deuda se incrementa depreciando el tipo de cambio nominal (esta última interpretación tiene que ser tratada con precaución debido a que no tenemos un tipo de cambio nominal exacto en el modelo). Finalmente, observamos un auge en el producto pero no en el consumo en el corto plazo.

En el mediano y largo plazo con el propósito de reducir la inflación, la autoridad monetaria eleva las tasas de interés nominales. En la medida que esto sucede el precio intertemporal del consumo cambia. Los hogares esperan tener tasas de interés reales y nominales más bajas en el futuro, de manera que en el futuro ellos van a preferir consumir más. Con el propósito de establecer la capacidad de financiar este consumo, los hogares van a incrementar su oferta de trabajo y el número de horas trabajadas per cápita va a aumentar (esto es lo que provoca la disminución de los salarios reales en el impacto). Este incremento va a generar un aumento del producto, y este incremento del producto genera más demanda por trabajo que aquella existente, provocando un incremento de los salarios en el largo plazo. El incremento en la oferta y las tasas de interés hace que la inflación comience a caer.[29]

Observemos que los precios no están cayendo, ellos están creciendo a una tasa más baja. Esto debido a que las presiones inflacionarias sobre los bienes homogéneos provenientes de los precios de los factores productivos empiezan a caer, y cuando la tasa de inflación de los bienes homogéneos comienza a caer, genera una caída en los costos marginales de

[29] Nuestro modelo muestra que la hipótesis de histéresis mencionada por Ball (1998) no parece darse en nuestro caso. Podemos ver en las gráficas III y IV que ni el producto o el empleo caen por debajo de su antiguo nivel de estado estacionario durante la transición. Por el contrario, ambos se incrementan, y en realidad el incremento en la oferta de trabajo es uno de los elementos que hace que la transición tenga un pequeño bienestar. Lo que observamos aquí es lo opuesto a la hipótesis de histéresis: un incremento del empleo y el consumo en el largo plazo. Ball menciona que la histéresis es más probable que ocurra en el caso de países que tienen instituciones de seguridad social fuertes, o que tienen seguros de desempleo duraderos Pero este no es el caso de nuestro modelo, aquí observamos que debido a los microfundamentos del mercado laboral, los hogares reciben un salario si ellos trabajan o no (ver 2.1), así implícitamente, funciona como un seguro de desempleo período a período.

GRÁFICA IV. DESINFLACIÓN (B) (períodos trimestrales)



NOTA: Los ejes *x* muestran períodos trimestrales. En tanto, los ejes *y* muestran las variables correspondientes en niveles. La línea guión-punteada corresponde al nivel de la variable en estado estacionario con 5.5% de inflación. La línea discontinua es el nivel de la variable en estado estacionario con 3% de inflación. La línea sólida es la transición seguida por cada una de las variables al moverse de un estado a otro.

los minoristas haciendo que sus precios crezcan a una tasa más baja.

Como el impuesto inflacionario está siendo reducido, entonces el gobierno incrementa los impuestos de suma fija con el propósito de financiar un nivel dado de gasto (ver gráfica IV), y por lo tanto el ingreso disponible de los hogares va a ser reducido. El rendimiento real al capital aumenta debido al incremento en el número de horas trabajadas per cápita, de modo que los hogares van a invertir más. Observemos que es posible que el rendimiento real del capital se incremente de un estado a otro porque la tasa de interés no es constante; nuestra función prima de riesgo depende de la razón deuda a producto. Por lo tanto, tenemos hogares con bajo ingreso disponible y altos niveles de consumo e inversión, que para financiarlos van a incrementar sus niveles de endeudamiento (esto es posible debido a la apertura de la economía, es posible que en el caso de una economía cerrada la conducta del consumo sea diferente).

Como el nivel de endeudamiento se incrementa, la tasa de interés nominal externa también aumenta. En el largo plazo, la tasa de interés nominal empieza a caer tan pronto lo hace la inflación, del mismo modo la tasa de interés nominal externa (no mostrada), esto es debido a que el crecimiento del producto es más grande que el de la deuda.

5.1 Dos estados estacionarios diferentes

En esta etapa nos gustaría cuantificar la compensación por movernos de una inflación de largo plazo de 5.5% a una de 3%. Con el propósito de calcular esto, seguimos el siguiente procedimiento: los valores de estado estacionario de las variables son conocidos, de manera que sabemos el valor de la utilidad en cada período de tiempo. Como sabemos, mientras uno esté en el estado estacionario, la situación se va a mantener hasta el infinito, podemos decir que el bienestar para una tasa de inflación de 3% va a ser:

$$W_L = \frac{1}{1-\beta} u\left(c_3, H_3, h_3\right),$$

donde W_L es el bienestar con baja inflación y el subíndice 3 representa el valor de estado estacionario de una variable en un mundo con tasa de inflación de 3%. Haciendo cálculos encontramos que $W_L = 10.3931$. Lo mismo aplica para un mundo con una tasa de inflación de 5.5%:

$$W_H = \frac{1}{1-\beta} u\left(c_{5.5}, H_{5.5}, h_{5.5}\right),$$

donde W_H es el bienestar con alta inflación y el subíndice 5.5 representa el valor de estado estacionario de una variable cuando la tasa de inflación es 5.5%. En este caso encontramos $W_H = 10.0489$. De modo que como $W_H < W_L$ podemos ver que es realmente mejor estar en un mundo con una tasa de inflación de 3%.

Los valores de W_L y W_H muestran que hay ganancias de bienestar de bajar la inflación de largo plazo. Pero como estas magnitudes están en términos de utilidades, ellas no nos dicen mucho, de manera que con el propósito de tener una idea de la magnitud de esas ganancias, calculamos lo que sería la compensación en términos de capital y producto, para tener agentes indiferentes entre una tasa de inflación de 3% y 5.5%. Esta compensación en términos de capital o producto sería la compensación de largo plazo por estar en un mundo con una tasa de inflación de 3% en vez de una de 5.5%.

Para calcular esta compensación, asumimos que los hogares reciben un monto de capital el cual está reflejado en un cambio instantáneo en el producto,[30] y partiendo de este nuevo nivel de capital el cual eventualmente va a regresar a su nivel de estado estacionario, calculamos el valor presente de la función de utilidad en cada uno de los períodos:[31]

[30] Las variables de estado son las únicas que pueden ser desviadas de su nivel de estado estacionario, controles y flujos son variables de salto, y por eso reaccionan a los cambios en las variables de estado, de modo que no tenemos ningún control sobre ellas. Capital es una variable de estado, mientras que el producto es una variable de flujo, esto es la razón de por qué nosotros variamos el capital en lugar del producto.

[31] Para hacer estos cálculos asumimos que estamos en el mundo con tasa de inflación de 5.5%. Esto significa que la dinámica seguida por las variables estaba basada en la representación estado de espacio dada por el modelo con una inflación de estado estacionario de 5.5%.

$$W_{H1} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u\left(c_t, H_t, h_t\right),$$

donde W_{H1} es el bienestar de recibir una cantidad de capital en $t=1$ y regresar al estado estacionario *original*. El subíndice t representa el valor que cada variable toma en un período dado de tiempo dado que ella está retornando a su valor original. Después de calcular W_{H1} comparamos su valor con aquel de W_L y, si $W_{H1} = W_L$ entonces nos detenemos y nos damos cuenta que el incremento porcentual que fue dado a los hogares es la compensación recibida si uno va instantáneamente a un estado con una tasa de inflación de 3% (compensación instantánea, CI), de otra manera la cantidad dada a los hogares se incrementa y los mismos cálculos se hacen hasta que encontremos que $W_{H1} = W_L$. En otras palabras, CI nos dice que estar en un mundo con una tasa de inflación de 3% es tan bueno como si uno recibiera hoy un porcentaje de capital CI extra, y entonces estaría indiferente entre moverse a un nuevo estado o permanecer en el actual.

En este caso encontramos que dada la actual calibración del modelo, la CI es 4.54% en términos de capital y 0.16% en términos de producto.[32] Esto nos dice que movernos a una inflación más baja en el largo plazo, es equivalente a que los individuos fueran compensados hoy con un acervo de capital 4.54% más alto (o 0.16% de producto más alto). Este cálculo asume que los agentes están saliendo de un momento a otro en un mundo con inflación más baja, en otras palabras, ellos no tienen que hacer la transición entres estados estacionarios. Dado que esta transición puede ser costosa para los agentes, es probable que los agentes no estén dispuestos a moverse (hacer la transición).

[32] Con el propósito de encontrar este cambio porcentual en el producto, tomamos el cambio inicial en el capital, y como el producto es una variable que salta, cuando el cambio en el capital tiene lugar el producto se mueve instantáneamente. Y calculamos la desviación porcentual de su valor inicial a partir del estado estacionario correspondiente a una tasa de inflación de 5.5%.

5.2 Dinámica de la transición hacia un nuevo estado estacionario

Ahora calculamos la compensación recibida por hacer la transición de un estado a otro. Para esto usamos las reglas de decisión del modelo correspondientes a una tasa de inflación de 3%, y asumimos que las variables de estado endógenas se desvían de su estado estacionario en el porcentaje realizado por su valor de estado estacionario en el mundo con una tasa de inflación de 5.5%. Las variables de estado endógenas arrancan con su valor original y empiezan a converger al valor de estado estacionario correspondiente a una tasa de inflación de 3% (la calibración correspondiente del modelo al estado estacionario con una tasa de inflación de 5.5% se mantiene y sólo cambiamos la meta de inflación). Como las variables de estado se mueven, todas las otras variables se mueven para que el sistema esté en equilibrio en cada período.[33] Así:

$$W_T = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u\left(\mu_t^u, c_t, H_t, h_t\right), \tag{29}$$

donde W_T corresponde al bienestar de hacer la transición de un estado a otro.[34] Calculando (29) obtenemos $W_T = 10.1428$. Como $W_L > W_T > W_H$ los hogares todavía obtienen beneficios de hacer la transición. Cualquier hogar que tiene previsión perfecta y es capaz de calcular su utilidad en cada período de tiempo, va a saber que vale la pena realizar la transición. De modo que para saber cuán buena es la transición, queremos saber cuánto capital debería recibir un hogar viviendo en un

[33] Estamos conscientes que aquí estamos usando reglas lineales, de modo que hay espacio para un error de aproximación.

[34] Aunque la esencia del modelo es estocástica, esta característica no está siendo usada en ninguno de los cálculos. Esto puede ser introducido usando las simulaciones, pero nuestra hipótesis es que nuestros resultados no van a cambiar mucho. Como los agentes tienen un coeficiente de aversión al riesgo igual a uno, este modelo de economía va a tener una volatilidad relativamente pequeña, de modo que la información adicional no va a introducir una gran diferencia. Es conveniente conservar la parte estocástica del modelo si uno desea agregar una aproximación de segundo orden. Sin embargo, usamos las propiedades estocásticas del modelo para el procedimiento de validación.

mundo con una tasa de inflación de 5.5% con el propósito de hacer $W_T = W_H$. Este porcentaje de capital o producto va a ser la compensación recibida por los hogares para hacer la transición de un estado correspondiente a una tasa de inflación de 5.5% a 3%.

Para calcular esta compensación, seguimos un procedimiento similar a aquel que usamos para calcular el CI. El nivel de capital de estado estacionario correspondiente a un mundo con una tasa de inflación de 5.5% es desviado de su estado estacionario en una cantidad positiva. Los hogares van a recibir una cantidad de capital en el período $t=1$ y van a retornar a su estado original. De manera que su bienestar va a estar en W_{H1} en lugar de W_H. Calculamos W_{H1} y lo comparamos con W_T, si $W_T = W_{H1}$ entonces ese porcentaje de capital o producto que está dado o tomado de los hogares es la compensación recibida por hacer la transición de un estado a otro (compensación de la transición, CT). Si $W_T \neq W_{H1}$ aumentamos o disminuimos la cantidad de capital dado o tomado respectivamente de los hogares y repetimos el procedimiento.

A partir de los cálculos encontramos que la CT es 1.18% en términos de capital y 0.04% en términos de producto. En otras palabras si uno recibe hoy 1.18% más capital, uno podría estar indiferente entre hacer la transición hacia el estado con una tasa de inflación de 3% y permanecer en el actual.

5.3 Análisis de sensibilidad

Estudiamos ahora las propiedades de la respuesta dinámica del modelo a algunos parámetros clave: el grado de rigidez de los precios, el valor *markup* en ausencia de rigideces de precios, el grado de respuesta del banco central a la brecha de inflación y el grado de apertura de la economía.

5.3.1 Precios más flexibles

En nuestra calibración de referencia tenemos $\varepsilon = 0.75$, de manera que los minoristas ajustan sus precios cada año. Ahora mostramos cómo la dinámica del modelo, bienestar, CI y CT cambian en la medida que los minoristas ajustan precios con más frecuencia, esto es $\varepsilon = 0.5,\ 0{,}3$ y 0.1.

Cuando hacemos el análisis de sensibilidad para el caso de precios más flexibles, queremos observar dos cosas: una, cómo las medidas de bienestar W_L, W_H y W_T cambian con el grado de rigidez de los precios, y segundo, cómo CI y CT se comportan en términos de capital y producto.

En el cuadro 1 podemos ver que W_L, W_H y W_T disminuyen a medida que la rigidez de precios aumenta. Esto significa que cuando los precios son más flexibles el bienestar se incrementa. La gráfica A. I en el apéndice 4 muestra los cambios en la dinámica cuando varía el parámetro ε, y podemos ver que como los precios se vuelven más flexibles (ε decrece) el cambio de un estado estacionario a otro es más dramático, cambios en el consumo y el producto son mayores.

Como en este marco el bienestar es medido por el valor presente de todas las utilidades futuras, y la utilidad está compuesta fundamentalmente por el consumo y el ocio, puede observarse en las gráficas V y VI que el consumo se incrementa en la medida que la rigidez de los precios cae y a pesar de que el ocio decrece, el efecto del consumo es dominante; causando el incremento de la utilidad. La razón por la cual el ocio se incrementa tan pronto los precios se vuelven más rígidos, es debido a que la rigidez hace que el precio relativo del consumo respecto al ocio se incremente, de modo que los hogares sustituyen consumo por ocio. Pero como hemos mencionado antes, como el efecto del consumo domina, el bienestar es más bajo cuando los precios son más rígidos.

Por otra parte, si miramos juntos a CI y CT en términos de capital del cuadro 2 podemos ver que como los precios se vuelven más rígidos, éstos se incrementan. Esto significa que economías con altos grados de rigidez de precios van a obtener más ganancias cuando tienen inflación más baja o están bajando la inflación. La rigidez de precios enfatiza los efectos distorsionadores del impuesto inflación, esta es la razón por la cual grados de rigidez de precios más bajos conducen a ganancias más bajas por moverse hacia una baja inflación o tener una. Examinando la última fila del cuadro 1 también podemos observar que la diferencia entre la utilidad de estar en un estado estacionario con una tasa de inflación de 3% y un estado estacionario con una tasa de inflación de 5.5% es más grande para altos niveles de rigidez de precios, de modo

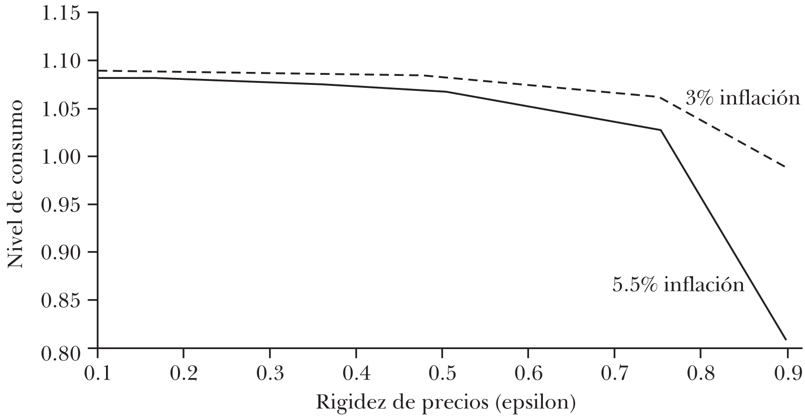
CUADRO 1. W_L, W_H Y W_T CUANDO LOS PRECIOS SON MÁS FLEXIBLES

	$\varepsilon = 0.1$	$\varepsilon = 0.3$	$\varepsilon = 0.5$	$\varepsilon = 0.75$	$\varepsilon = 0.8$	$\varepsilon = 0.85$	$\varepsilon = 0.9$
W_T	10.6056	10.5627	10.4812	10.1428	9.934	9.5032	8.1157
W_H	10.5819	10.5318	10.4369	10.0489	9.8139	9.3391	7.7839
W_L	10.6563	10.6296	10.5803	10.3931	10.2899	10.1015	9.6472
W_L - W_H	0.0744	0.0978	0.1434	0.3442	0.476	0.7624	1.7733

CUADO 2. PRECIOS MÁS FLEXIBLES

		$\varepsilon = 0.1$ (%)	$\varepsilon = 0.3$ (%)	$\varepsilon = 0.5$ (%)	$\varepsilon = 0.75$ (%)	$\varepsilon = 0.8$ (%)	$\varepsilon = 0.85$ (%)	$\varepsilon = 0.9$ (%)
CI	En términos de capital	1.11	1.4	1.98	4.54	6.23	9.91	48.96
	En términos de producto	-0.016	-0.0134	-0.00124	0.16	0.34	0.9	41.4
CT	En términos de capital	0.28	0.38	0.55	1.18	1.52	2.09	6.65
	En términos de producto	-0.00415	-0.0036	-0.00034	0.04	0.0821	0.19	56.32

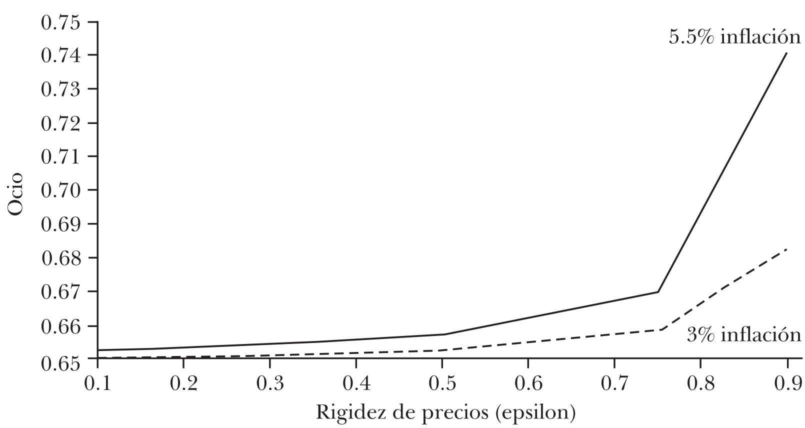
GRÁFICA V. CONSUMO CUANDO LA RIGIDEZ DE LOS PRECIOS DISMINUYE



que los hogares ganan más si ellos se mueven de un estado al otro. Esto también puede ser visto mirando el comportamiento del consumo en la gráfica V.

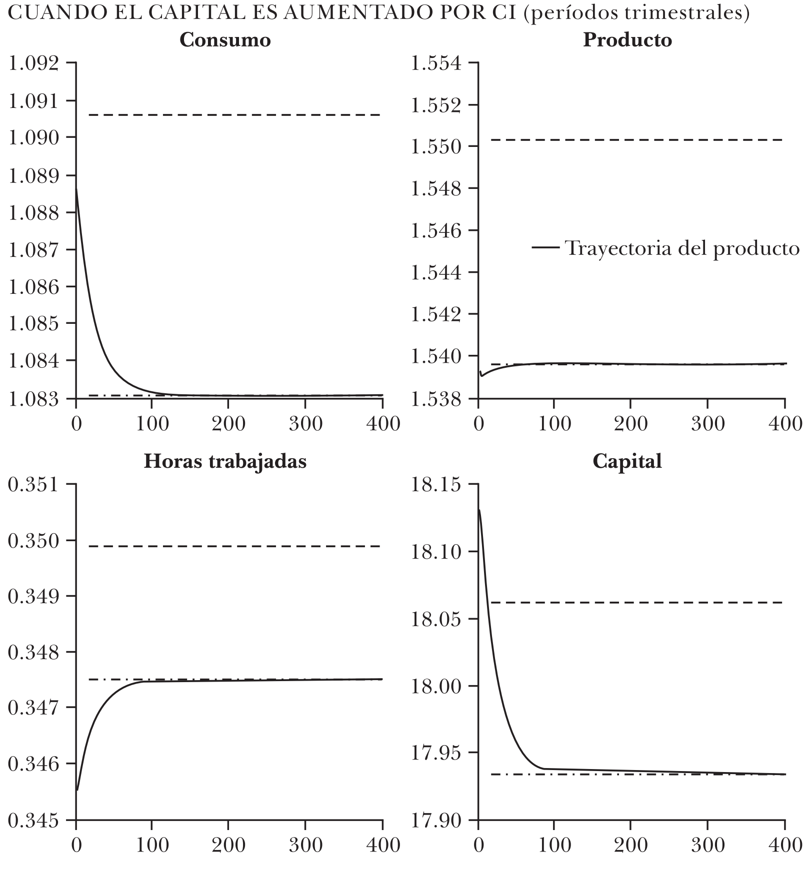
Ahora, si examinamos la CI y la CT en términos de producto (ver cuadro 2), podemos ver que ellos se incrementan con la rigidez de precios. Pero también podemos ver que ellos son negativos para la mayoría de los niveles de ε. Esto podría implicar que existen costos (compensación negativa) tanto de tener tasas de inflación bajas tanto como de moverse hacia una. Pero en nuestro análisis previo se ha estado mostrando que hay por supuesto beneficios en términos de capital. Entonces ¿cuál es el dilema?

GRÁFICA VI. OCIO CUANDO LA RIGIDEZ DE LOS PRECIOS DISMINUYE



En un marco de equilibrio general, donde el trabajo es una variable endógena, el producto puede no ser la mejor medida de bienestar. Si uno mira la gráfica VII, que corresponde al comportamiento de varias variables cuando el capital se incrementa por CI cuando $\varepsilon = 0.1$, y donde la línea de referencia CI correspondiente al estado estacionario con una tasa de inflación de 5.5% (guión-punto), uno puede ver que aunque el producto está cayendo, el ocio y el consumo se incrementan, las cuales son las principales variables determinantes del bienestar. El producto está disminuyendo porque el efecto de la caída en el número de horas trabajadas está dominando sobre el efecto del capital.

GRÁFICA VII. COMPORTAMIENTO DEL CONSUMO, OCIO Y PRODUCTO CUANDO EL CAPITAL ES AUMENTADO POR CI (períodos trimestrales)



NOTA: Los ejes *x* corresponden al valor de las variables en niveles.

Así, como en este contexto consideramos que el producto no es la medida apropiada de bienestar, de aquí en adelante nos referiremos a la compensación en términos de capital aunque nuestros resultados no van a ser completamente comparables con aquellos de la literatura previa.

5.3.2 Los markups más pequeños

Nuestra calibración de referencia del modelo corresponde a un *markup* de 25% en ausencia de rigidez de precios. Ahora mostramos cómo la dinámica del modelo, bienestar, CI y CT cambian a medida que θ se incrementa a $\theta = 6,\ 7.66$ y 11 lo cual corresponde a una disminución en el *markup* de 25% a 20% a 15% a 10%, respectivamente. La gráfica A. II en el apéndice 4 muestra los cambios en las dinámicas cuando varía el parámetro θ.

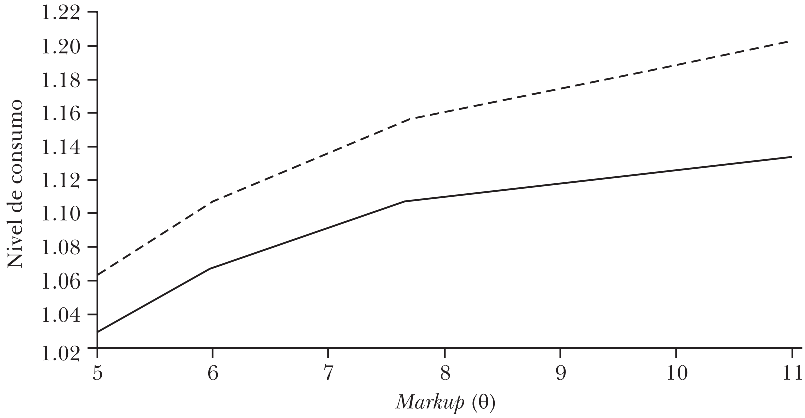
Del cuadro 3 podemos ver que el bienestar se incrementa en la medida que el *markup* baja (θ sube) en el caso de la transición (W_T) y el mundo con una tasa de inflación de 5.5% (W_H). El caso de la inflación de 5.5% puede ser explicado mirando las gráficas VIII y IX donde el consumo es más alto cuando hay pequeños *markups*, y el ocio es más alto cuando hay altos *markups* (para los *markups* más altos el precio relativo del consumo respecto al ocio se incrementa), pero una vez más, el consumo domina el ocio. La brecha entre los dos niveles de consumo de estado estacionario, aumenta en la medida que el *markup* decrece. La situación no es clara en el caso del bienestar para una tasa de inflación de 3% (W_L), podemos ver que éste alcanza un máximo para un markup de 15%, y por lo tanto la ganancia más grande en términos de bienestar de ir de un estado a otro está en este mismo nivel de *markup*.

CUADRO 3. W_L, W_H Y W_T CUANDO LOS *MARKUPS* SON MÁS PEQUEÑOS

	$\theta = 5$	$\theta = 6$	$\theta = 7.6667$	$\theta = 11$
W_T	10.1428	10.5408	10.9420	11.2549
W_H	10.0489	10.4357	10.8170	11.0761
W_L	10.3931	10.8230	11.2824	11.2549
W_L - W_H	0.3442	0.3873	0.4654	0.1788

NOTA: $\theta = 5$ corresponde a un *markup* de 25%, $\theta = 6$ para 20%, $\theta = 7.6667$ para 15% y $\theta = 11$ para 10%.

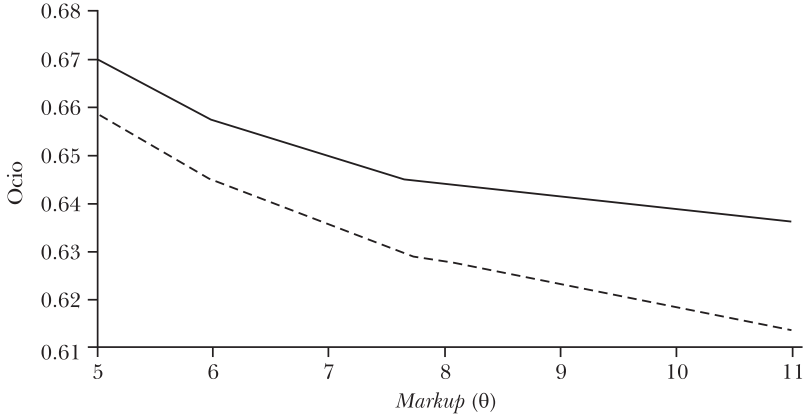
GRÁFICA VIII. CONSUMO CUANDO LOS *MARKUPS* SE VUELVEN MUY PEQUEÑOS



También, cuando los valores de θ están variando, las CI y CT cambian. El cuadro 4 muestra los resultados en términos de capital para el caso cuando el *markup* es muy pequeño.

De la gráfica A. II en el apéndice 4 podemos ver que como la competitividad del mercado aumenta, el cambio de un estado a otro es más dramático, y en términos de consumo y producto hay ganancias más altas de moverse hacia una inflación más baja cuando el *markup* es más bajo. Sin embargo, del cuadro 4 no resulta claro en cuál dirección está yendo el efecto. Del cuadro podemos ver que un *markup* de 15% $(\theta = 7.6667)$ maximiza la CI y CT en términos de capital, así como también la diferencia entre W_L y W_H (ver cuadro 3, última

GRÁFICA IX. OCIO CUANDO LOS *MARKUPS* SE VUELVEN MUY PEQUEÑOS



fila). Así, los países con niveles de *markup* de alrededor de 15% van a obtener ganancias más grandes de las inflaciones más bajas. Una vez más, aquí enfocamos el análisis sobre los resultados en términos de capital por los argumentos explicados anteriormente.

CUADRO 4. *MARKUP* MÁS PEQUEÑO

	$\theta = 5$ (%)	$\theta = 6$ (%)	$\theta = 7.6667$ (%)	$\theta = 11$ (%)
CI	4.54	4.87	5.56	5.02
CT	1.18	1.27	1.44	1.28

5.3.3 Bancos centrales alternativos

Queremos estudiar lo que sucede cuando el banco central (BC) varía las ponderaciones que le otorga a la inflación en la regla de política monetaria (recordemos que en nuestro modelo, el BC no da importancia en absoluto al producto ($\xi = 0$), así los cambios van a estar hechos en ζ; $i_t = i + \zeta\left(\pi_t^c - \bar{\pi}^c\right) + \xi\left(y_t - y^{ss}\right)$. Para valores de ξ diferentes de cero, el modelo ha mostrado ser muy inestable).[35]

Del cuadro 5 puede verse que mientras mayor importancia se dé a la inflación, el bienestar más alto es durante el proceso de transición (W_T); en tanto no exista diferencia entre W_H y W_L. Esto es porque el parámetro ζ no afecta el estado estacionario del modelo, sólo afecta la dinámica de transición. De modo que, en términos de bienestar es mejor para los hogares tener un BC que se preocupa mucho por la inflación en caso de que una desinflación vaya a tener lugar. Si los hogares pudiesen escoger un tipo de BC que haga la desinflación, ellos escogerían aquel que lo haga más rápidamente.

[35] En nuestro caso no es necesario calcular un producto potencial definido como el producto que resultaría en ausencia de choques y de rigideces en los precios y donde la diferencia entre este producto potencial y el observado sería una brecha de producto que sirve para medir presiones inflacionarias. Esto es porque la autoridad monetaria asigna un valor igual a cero al parámetro que acompaña a la brecha del producto en la regla de política. Lo que queremos estudiar son los efectos de tener una autoridad monetaria que está desinflando, y no una que esté desinflando y a la vez eliminando las rigideces nominales del mercado.

CUADRO 5. W_L, W_H Y W_T CUANDO ζ CAMBIA

	$\zeta = 1.5$	$\zeta = 1.7$	$\zeta = 2.3$	$\zeta = 2.7$	$\zeta = 3$
W_T	10.1400	10.1428	10.1500	10.1527	10.1539
W_H	10.0489	10.0489	10.0489	10.0489	10.0489
W_L	10.3931	10.3931	10.3931	10.3931	10.3931
W_L - W_H	0.3442	0.3442	0.3442	0.3442	0.3442

El cuadro 6 muestra que hay siempre compensaciones positivas por ir instantáneamente y hacer la transición a un estado estacionario con una tasa de inflación más baja.

CUADRO 6. UN ζ CAMBIANTE

	$\zeta = 1.5$ (%)	$\zeta = 1.7$ (%)	$\zeta = 2.3$ (%)	$\zeta = 2.7$ (%)	$\zeta = 3$ (%)
CI	4.47	4.54	4.62	4.64	4.65
CT	1.1	1.18	1.3	1.33	1.34

Así, si un BC está planeando desinflar, ellos deberían ser muy cuidadosos acerca de la importancia que le dan a su objetivo. Mientras más estrictos sean, será más beneficiosa la transición hacia un nuevo estado estacionario.

5.3.4 El caso de una economía cerrada

Como fue mencionado previamente, la posibilidad de los hogares de adquirir deuda fuera del país, podría ser la razón de por qué el consumo es capaz de aumentar entre los dos estados estacionarios o al menos la razón de por qué aumenta en el monto en que lo hace. Así, para examinar esta hipótesis, cerramos nuestro modelo de economía y medimos los estados estacionarios de ciertas variables para ambos niveles de inflación, y calculamos la CI y la CT. Con el propósito de realizar una comparación equitativa, usamos una economía pequeña y abierta para la cual los activos externos netos son cero en el estado estacionario, caso contrario, si permitimos cualquier nivel de endeudamiento la economía cerrada va a ser más rica y por obvias razones la desinflación va a ser más costosa para una economía pequeña y abierta. El cuadro 7 muestra los niveles de estado estacionario del consumo, horas trabajadas, producto y capital para ambos estados estacionarios y los dos tipos de economía, la economía pequeña y abierta y la economía cerrada, con el supuesto de que la economía cerrada tiene los mismos parámetros de calibración que la pequeña y abierta.

CUADRO 7. NIVELES DE ESTADOS ESTACIONARIOS ABIERTOS *VS.* CERRADOS

Tipo de economía	*Tasa de inflación (%)*	*Consumo*	*Horas trabajadas*	*Producto*	*Capital*
Abierta	5.5	1.037	0.330	1.462	17.030
Abierta	3	1.269	0.404	1.789	20.851
Cerrada	5.5	1.028	0.327	1.449	16.871
Cerrada	3	1.063	0.338	1.499	17.451

A partir de este cuadro podemos ver que los niveles de estado estacionario de todas las variables son más altos en el caso de una economía abierta. Así, comparando el consumo de una economía con el otro para un mismo nivel de inflación, podemos observar que los hogares que viven en una economía pequeña y abierta tienen más posibilidades de un consumo superior. Pero como las horas trabajadas también aumentan cuando se va de una tasa de inflación hacia la otra en ambas economías, uno podría decir que no resulta claro que mayores posibilidades de consumo están dadas por la posibilidad de adquirir deuda en el extranjero. Pero recuerde que, como estamos comparando valores de estado estacionario y el nivel de deuda es cero en el estado estacionario en una economía pequeña y abierta, la relevancia de ser capaz de adquirir deuda en el extranjero para suavizar el consumo va a ser solamente relevante durante la transición.

Cuando calculamos W_L, W_H, y W_T para la economía cerrada encontramos que: $W_T = 10.290$, $W_H = 10.195$ y $W_L = 10.545$. Para la economía pequeña y abierta encontramos $W_T = 16.298$, $W_H = 15.012$ y $W_L = 18.376$. Así, existe un beneficio al realizar la transición en ambas economías porque $W_T > W_H$ y el bienestar es superior en una economía pequeña y abierta.

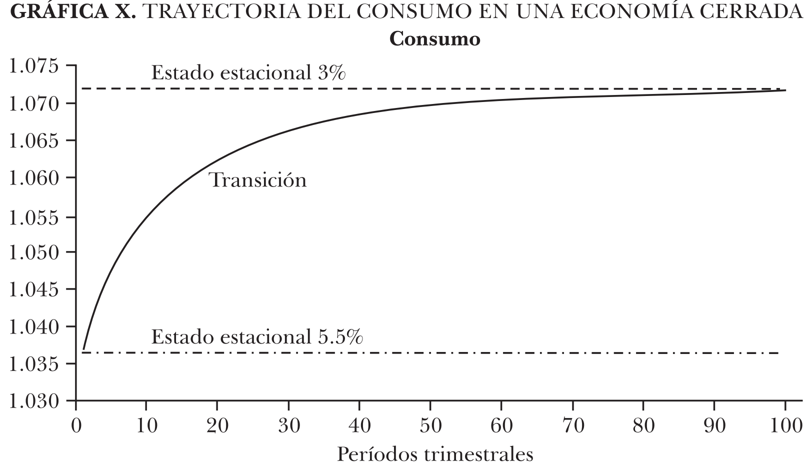
Examinando el cuadro 8 podemos observar que ambos CI y CT son superiores para la economía abierta. Así las desinflaciones son más costosas en economías cerradas. Al observar

CADRO 8. CI Y CT EN UNA ECONOMÍA ABIERTA *VS.* UNA CERRADA

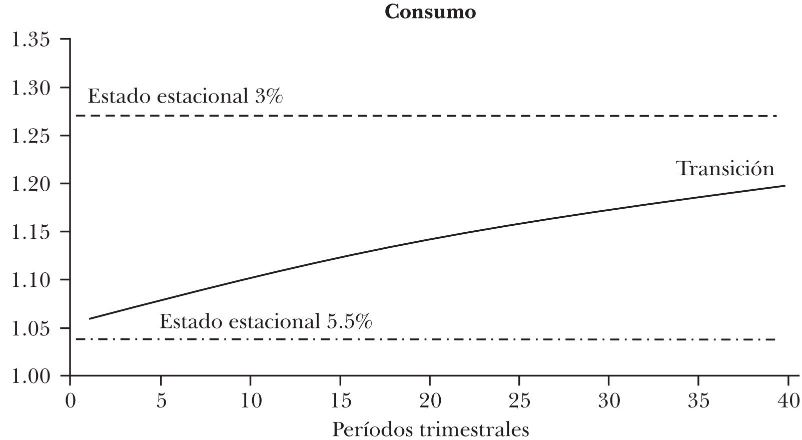
Tipo de economía	*CI* (%)	*CT* (%)
Abierta	106.75	40.8
Cerrada	4.5	1.21

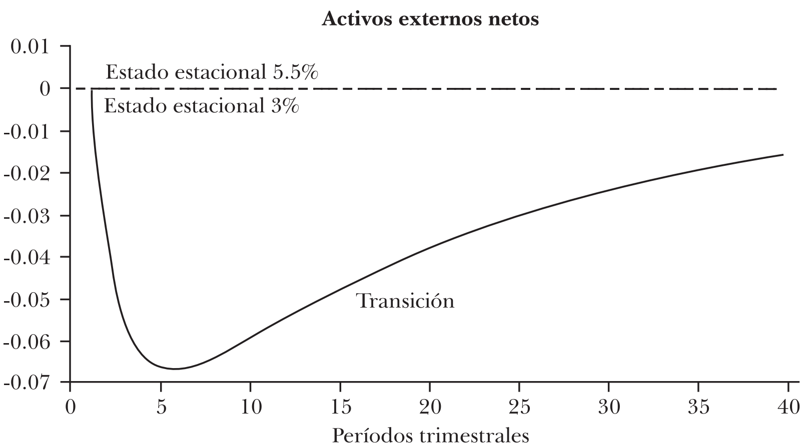
las gráficas X y XI, podemos comparar el comportamiento del consumo. Podemos ver que el aumento en el consumo en la economía cerrada es más pequeño que en la abierta, y la transición es mucho más suavizada en esta última. De la gráfica XI también podemos ver que durante la transición los hogares aumentan realmente la deuda, de tal manera que nuestra hipótesis ha sido comprobada. Una economía abierta permite a los hogares adquirir deuda con el propósito de suavizar el consumo durante el proceso de transición de modo que los efectos de las tasas de interés nominal y real no son tan severos.

GRÁFICA X. TRAYECTORIA DEL CONSUMO EN UNA ECONOMÍA CERRADA



GRÁFICA XI. TRAYECTORIAS DEL CONSUMO Y DE LOS ACTIVOS EXTERNOS EN UNA ECONOMÍA ABIERTA





6. Comentarios finales

Este estudio evalúa cuantitativamente los beneficios de reducir la inflación desde 5.5% a 3% en Colombia. Realizamos esto en el contexto de un modelo DSGE de una economía pequeña y abierta con rigideces nominales. La política monetaria está conducida según una estrategia de meta de inflación y el BC tiene total credibilidad. Encontramos que la compensación de desplazarse instantáneamente de un estado con una tasa de inflación de 3% (CI) es 4.54% en términos del capital y la compensación de movilizarse de la transición desde un estado hacia otro (CT) es 1.18% en términos de capital. Por lo tanto, si uno toma este modelo de economía como un análisis de política y herramienta para la toma de decisiones, se podría decir que para el banco central de Colombia (Banco de la República de Colombia) es importante que continúe tratando de hacer descender la inflación.

Un país con un nivel muy alto de rigidez de precios va a recibir más beneficios en el caso de tener una inflación más baja o desinflación. Existen mayores beneficios de reducir la inflación para un país con *markups* alrededor del 15%. Así, un país con una rigidez de precios muy alta y *markups* cercanos al 15%, debería realizar un esfuerzo mayor a fin de hacer descender la inflación. Así, el resultado encontrado por Gómez (2003), donde las rigideces de precios son el elemento clave para explicar los costos de la desinflación, parece ser válido también en este contexto.

Como ya se mencionó, nuestros resultados muestran que existen compensaciones positivas para realizar la transición y que no existe un coeficiente de sacrificio en términos del producto. Esto no es lo que usualmente se ha observado o encontrado en estudios previos. A menudo se observó que las desinflaciones causan recesiones, o la denominada hipótesis de histéresis. Aunque esto no tiene que ser la regla como fue mostrado por Hofstetter (2004), es posible que nuestro modelo falle en replicar estas características y que existen beneficios de corto y largo plazo de las desinflaciones, debido a la ausencia de una fricción en el mercado laboral. Como en nuestro modelo los salarios son flexibles, es probable que esta rigidez esté ausente, de modo que el número de horas trabajadas no se ajusta cuando cambia el ingreso disponible. Probablemente esta es la razón de por qué el desempleo no cae y por qué el producto aumenta en el monto en que lo hace. La introducción de esta fricción es dejada para investigación futura.

La importancia dada por el BC a las desviaciones de la meta de inflación, ha mostrado ser muy importante en términos de bienestar en la transición. Si un BC está planeando desinflar tiene que ser muy cuidadoso acerca de la ponderación que da a la inflación en su regla de política. Por otra parte, las desinflaciones son más costosas en economías cerradas. Esto es porque una economía abierta permite que los hogares adquieran deuda a fin de suavizar el consumo durante el proceso de transición de modo que los efectos de las tasas de interés nominal y real no son tan severos.

Algo muy importante que tenemos que destacar, es que de acuerdo con nuestra metodología y resultados, el producto no es una medida apropiada para los beneficios o costos de una desinflación cuando el trabajo es una variable endógena. Así, nuestros hallazgos no son realmente comparables con aquellos de la literatura previa. También somos conscientes del hecho de que estamos usando una aproximación de primer orden, y que por lo tanto nuestros resultados podrían incluir un error de aproximación, se deja para trabajo futuro la realización de la aproximación de segundo orden y la comparación de los resultados con los actuales.

Finalmente, aquí tenemos que tomar en cuenta que la única cosa que causa que la inflación sea costosa es el impuesto inflacionario, y que no estamos en presencia de impuestos distorsionadores. Si incorporamos estos impuestos en nuestro modelo, probablemente encontraríamos que la desinflación es más costosa que en este marco. Esto es porque como el gobierno no está recaudando más del impuesto inflacionario, tiene que aumentar otros impuestos para continuar financiando sus gastos. Así, aunque los hogares van a sentir un alivio del impuesto inflacionario, van a ser afectados por impuestos distorsionadores más altos. Esta modificación al modelo es dejada para trabajo futuro, así como un análisis de sensibilidad de especificaciones diferentes de la regla de política monetaria usada por el banco central.

Apéndices

1. Demanda por bienes de consumo diferenciados

El siguiente es el problema que tiene que ser resuelto para encontrar la función de demanda:

$$\max_{c(z)_t} P_t^c * c_t$$

sujeto a:

$$\int_0^1 p^c(z)_t c(z)_t dz$$

o lo que es lo mismo:

$$\max_{c(z)_t} P_t^c \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

sujeto a:

$$\int_0^1 p^c(z)_t c(z)_t dz$$

derivando con respecto a $c(z)$:

$$P_t^c \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} c(z)^{\frac{-1}{\theta}} = p^c(z)_t$$

$$\frac{P_t^c}{p^c(z)_t} \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{1}{\theta-1}} = c(z)^{\frac{1}{\theta}}$$

$$\left(\frac{P_t^c}{p^c(z)_t} \right)^{\theta} \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} = c(z)$$

como:

$$c_t = \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

entonces:

$$c(z)_t \left(\frac{P_t^c}{p^c(z)_t} \right)^{\theta} c_t .$$

2. Precio óptimo escogido por los minoristas

$$\max_{p^c(z)_{t+j}} E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\varepsilon)\varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \left[\left(\frac{p^c(z)_{t+j}}{P_{t+j}^c} \right)^{1-\theta} - q_{t+j} \left(\frac{p^c(z)_{t+j}}{P_{t+j}^c} \right)^{-\theta} \right].$$

En el período t la empresa va a escoger un precio para todo el horizonte de tiempo de modo que $p^c(z)_{t+j} = p^c(z)_t$ (ellos escogen precios de ahora en adelante):

$$\max_{p^c(z)_{t+j}} E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\varepsilon)\varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \left[\left(\frac{p^c(z)_t}{P_{t+j}^c} \right)^{1-\theta} - q_{t+j} \left(\frac{p^c(z)_t}{P_{t+j}^c} \right)^{-\theta} \right],$$

derivando con respecto a $p^c(z)_t$:

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\varepsilon)\varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \left[\frac{(1-\theta)}{P_{t+j}^c} \left(\frac{p^c(z)_t}{P_{t+j}^c} \right)^{-\theta} - \theta \frac{q_{t+j}}{P_{t+j}^c} \left(\frac{p^c(z)_t}{P_{t+j}^c} \right)^{-\theta-1} \right] = 0$$

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\varepsilon)\varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \theta \frac{q_{t+j}}{P_{t+j}^c} \left(\frac{p^c(z)_t}{P_{t+j}^c} \right)^{-\theta-1} + E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\varepsilon)\varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \frac{(1-\theta)}{P_{t+j}^c} \left(\frac{p^c(z)_t}{P_{t+j}^c} \right)^{-\theta} = 0$$

$$(1-\varepsilon)\left(p^{C}(z)_{t}\right)^{-\theta-1}\theta E_{t}\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}\frac{q_{t+j}}{\left(P_{t+j}^{c}\right)^{-\theta}}+(1-\varepsilon)(1-\theta)\left(p^{C}(z)_{t}\right)^{-\theta}E_{t}\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}\left(P_{t+j}^{c}\right)^{\theta-1}$$

$$\left(p^{C}(z)_{t}\right)^{-\theta-1}\theta E_{t}\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}\frac{q_{t+j}}{\left(P_{t+j}^{c}\right)^{-\theta}}=(\theta-1)\left(p^{C}(z)_{t}\right)^{-\theta}E_{t}\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}\left(P_{t+j}^{c}\right)^{\theta-1}.$$

Reescribiendo para $p^{c}(z)_{t}$ para obtener el último precio:

$$p_{t}^{opt}=\frac{\theta}{\theta-1}E_{t}\left[\frac{\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}q_{t+j}\left(P_{t+j}^{c}\right)^{\theta}}{\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}\left(P_{t+j}^{c}\right)^{\theta-1}}\right],$$

dividiendo a ambos lados por P_{t}^{c} y multiplicando y dividiendo por $\frac{1}{(p_{t}^{c})^{\theta}}$:

$$\frac{p_{t}^{opt}}{P_{t}^{c}}=\frac{\theta}{\theta-1}E_{t}\left[\frac{\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}q_{t+j}\left(\frac{p_{t+j}^{c}}{p_{t}^{c}}\right)^{\theta}}{\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}\left(\frac{p_{t+j}^{c}}{p_{t}^{c}}\right)^{\theta-1}}\right].$$

Del numerador $E_{t}\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}q_{t+j}\left(\frac{p_{t+j}^{c}}{p_{t}^{c}}\right)^{\theta}$, entonces definimos:

$$E_{t}\Theta_{t+1}=E_{t}\left(\Delta_{t+1}c_{t+1}q_{t+1}\left(\frac{P_{t+j}^{c}}{P_{t+1}^{c}}\right)^{\theta}\right)+\varepsilon E_{t}\left(\Delta_{t+1+1}c_{t+1+1}q_{t+1+1}\left(\frac{P_{t+2}^{c}}{P_{t+1}^{c}}\right)^{\theta}\right)+$$
$$+\varepsilon^{2}E_{t}\left(\Delta_{t+1+2}c_{t+1+2}q_{t+1+2}\left(\frac{P_{t+3}^{c}}{P_{t+1}^{c}}\right)^{\theta}\right)+\ldots$$

y:

$$\Theta_{\mathrm{t}}=\Delta_{t}c_{t}q_{t}\left(\frac{P_{t}^{c}}{P_{t}^{c}}\right)^{\theta}+\varepsilon E_{t}\left(\Delta_{t+1}c_{t+1}q_{t+1}\left(\frac{P_{t+1}^{c}}{P_{t}^{c}}\right)^{\theta}\right)+\varepsilon^{2}E_{t}\left(\Delta_{t+2}c_{t+2}q_{t+2}\left(\frac{P_{t+2}^{c}}{P_{t}^{c}}\right)^{\theta}\right)+\ldots$$

entonces:

$$E_t\left((P_{t+1}^c)^\theta \Theta_{t+1}\right) = E_t\left(\Delta_{t+1}c_{t+1}q_{t+1}(P_{t+1}^c)^\theta\right) + \varepsilon E_t\left(\Delta_{t+1+1}c_{t+1+1}q_{t+1+1}(P_{t+2}^c)^\theta\right) + \\ + \varepsilon^2 E_t\left(\Delta_{t+1+2}c_{t+1+2}q_{t+1+2}(P_{t+3}^c)^\theta\right) + \ldots$$

$$(P_t^c)^\theta \Theta_t = \Delta_t c_t q_t (P_t^c)^\theta + \varepsilon E_t\left(\Delta_{t+1}c_{t+1}q_{t+1}(P_{t+1}^c)^\theta\right) + \varepsilon^2 E_t\left(\Delta_{t+2}c_{t+2}q_{t+2}(P_{t+2}^c)^\theta\right) + \ldots$$

$$\left(P_t^c\right)^\theta \Theta_t = \Delta_t c_t q_t (P_t^c)^\theta + \varepsilon E_t\left(\left(P_{t+1}^c\right)^\theta \Theta_{t+1}\right).$$

Dividiendo a ambos lados de la ecuación por $(P_t^c)^\theta$:

$$\Theta_t = \Delta_t c_t q_t + \varepsilon E_t\left(\left(\frac{P_{t+1}^c}{P_t^c}\right)^\theta \Theta_{t+1}\right),$$

$$\Theta_t = \Delta_t c_t q_t + \varepsilon E_t\left(\left(1+\pi_{t+1}^c\right)^\theta \Theta_{t+1}\right),$$

de manera similar, del denominador de (29) $E_t \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \left(\frac{P_{t+j}^c}{P_t^c}\right)^{\theta-1}$ uno puede obtener:

$$\psi_t = \Delta_t c_t + \varepsilon E_t\left(\left(1+\pi_{t+1}^c\right)^{\theta-1} \psi_{t+1}\right).$$

3. El modelo completo

$$\begin{aligned} &c_t + x_t + g_t + F_{t+1} - (1+i_{t+1}^f)F_t = A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} \\ &u_{ct}(c_t, H_t, h_t) + \eta_t \rho = \lambda_t (1 + \Phi_{ct}(c_t, m_{t+1}x_t)) \\ &u_{ht}(c_t, H_t, h_t) + \lambda_t q_t A_t (1-\alpha) k_t^\alpha h_t^{-\alpha} = 0 \end{aligned}$$

$$\beta E_t\left(\lambda_{t+1}q_{t+1}A_{t+1}\alpha k_{t+1}^{\alpha-1}h_{t+1}^{1-\alpha} + \gamma_{t+1}\left(f\left(\frac{x_{t+1}}{k_{t+1}}\right) + \frac{\partial\left(f\left(\frac{x_{t+1}}{k_{t+1}}\right)k_{t+1}\right)}{\partial(k_{t+1})}\right) + \gamma_{t+1}(1-\delta)\right) = \lambda_t$$

$$\beta E_t\left(\frac{\lambda_{t+1}}{\left(1+\pi_{t+1}^c\right)\left(1+\Phi_{mt+1}(c_t, m_{t+1}x_t)\right)}\right) = \lambda_t$$

$$\beta E_t\left(\frac{\lambda_{t+1}(1+i_{t+1})}{\left(1+\pi_{t+1}^{c}\right)}\right)=\lambda_t$$

$$\beta E_t\left(\lambda_{t+1}(1+i_{t+1}^{f})q_{t+1}\right)=\lambda_t q_t$$

$$\beta E_t\left(\eta_{t+1}+U_{H_{t+1}}(c_{t+1},H_{t+1},h_{t+1})-\eta_{t+1}\rho\right)=\eta_t$$

$$\lambda_t\left(\Phi_{xt}\left(c_t,m_{t+1},x_t\right)+q_t\right)=\lambda_t\left(c_1+\frac{2c_2x_t}{k_t}\right)$$

$$k_{t+1}-(1-\delta)k_t-f\left(\frac{x_t}{k_t}\right)k_t=0$$

$$H_{t+1}-H_t-\rho(c_t-H_t)=0$$

$$i_t=i+\zeta(\pi_t^{c}-\overline{\pi}^{c})+\xi(y_t-\overline{y})$$

$$\left(1+i_t^{f}\right)=(1+i_t^{*})\left(1+\vartheta\left(\frac{F_t}{y_t}\right)\right)$$

$$P_t^{c}=\left[\varepsilon(p_t^{rule})^{1-\theta}+(1-\varepsilon)\left(p_t^{opt}\right)^{1-\theta}\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

$$(1+\pi_t^{c})=\left(\varepsilon(1+\pi_{t-1}^{c})^{1-\theta}+(1-\varepsilon)\left(\frac{p_t^{opt}}{P_t^{c}}\right)^{(1-\theta)}(1+\pi_t^{c})^{(1-\theta)}\right)^{\frac{1}{1-\theta}}$$

$$p_t^{rule}=p_{t-1}^{c}(1+\pi_{t-1}^{c})$$

$$\frac{p_t^{opt}}{p_t^{c}}=\frac{\theta}{\theta-1}\frac{\Theta}{\psi_t}$$

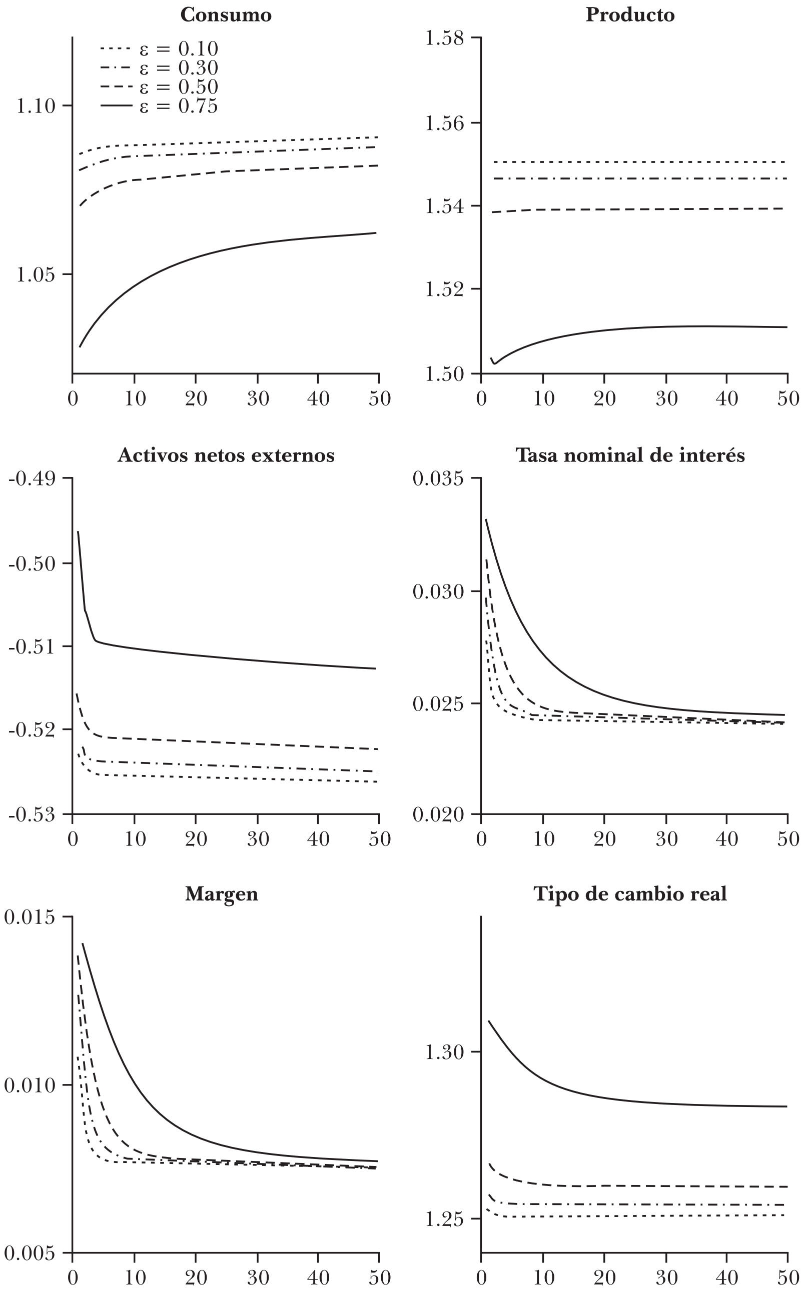
$$\Theta_t=\Delta_t c_t q_t+\varepsilon E_t\left((1+\pi_{t+1}^{c})^{\theta}\Theta_{t+1}\right)$$

$$\psi_t=\Delta_t c_t+\varepsilon E_t\left((1+\pi_{t+1}^{c})^{\theta-1}\psi_{t+1}\right)$$

4. Gráficas para el análisis de sensibilidad de los impulsos-respuestas

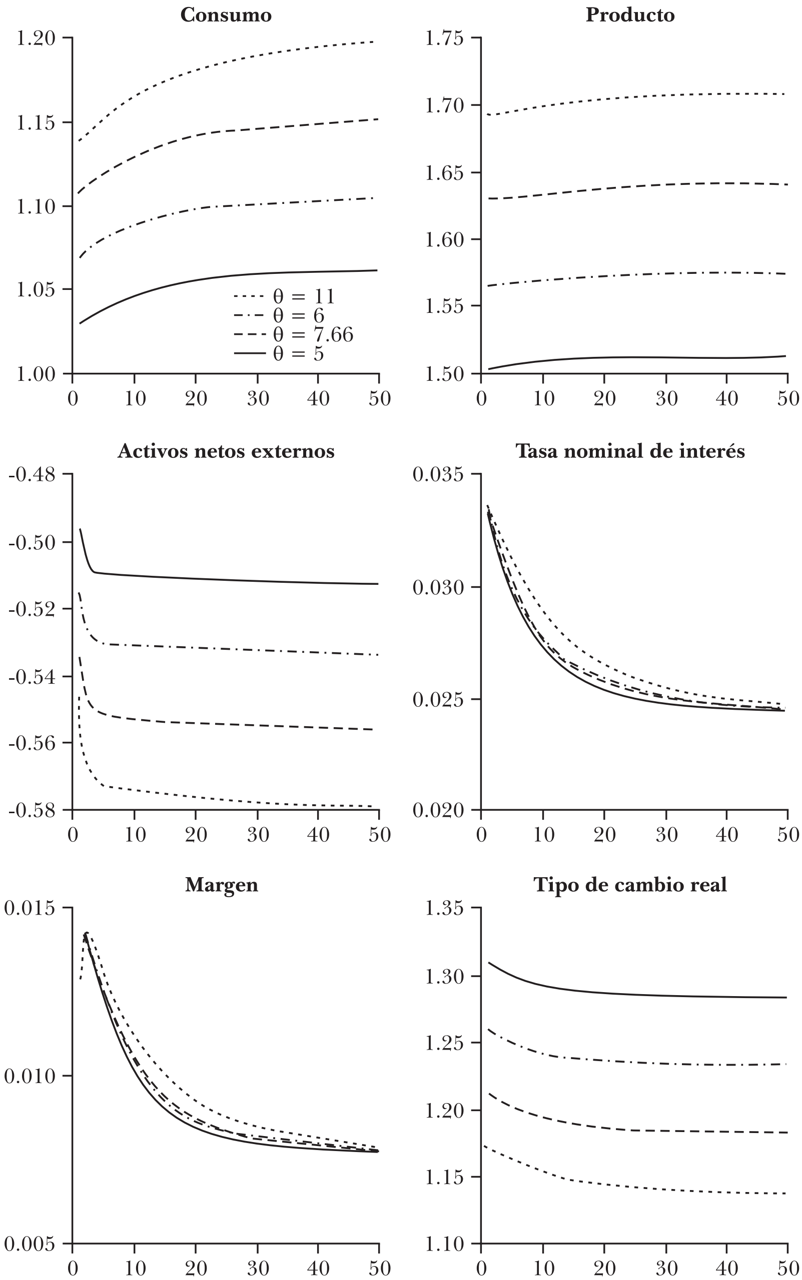
Este apéndice presenta las gráficas usadas para el análisis de sensibilidad de la sección 5.3.

GRÁFICA A.I. DINÁMICA DE LA TRANSICIÓN CUANDO LOS PRECIOS SON MAS FLEXIBLES (períodos trimestrales)



NOTA: Las líneas de las gráficas corresponden a la trayectoria de transición.

GRÁFICA A.II. DINÁMICA DE LA TRANSICIÓN CUANDO EL *MARKUP* ES MUY PEQUEÑO (períodos trimestrales)



NOTA: Las líneas de las gráficas corresponden a la trayectoria de transición seguida por las variables en niveles.

5. Derivación de la restricción de recursos

Tomamos la restricción presupuestaria de la autoridad monetaria y fiscal (24) y resolvemos para τ_t. Luego sustituimos τ_t en (4) para obtener:

$$c_t + \Phi + m_{t+1}^d + q_t x_t + b_{t+1} + q_t F_{t+1} = \frac{W_t}{P_t^c} h_t^s + \frac{R_t}{P_t^c} k_t^s + \frac{\Pi_t^R}{P_t^c} + m_{t+1} - \frac{m_t^d}{\left(1+\pi_t^c\right)} + \Phi +$$
$$+ \frac{m_t^d}{\left(1+\pi_t^c\right)} + \frac{b_t}{\left(1+\pi_t^c\right)}\left(1+i_t\right) + F_t q_t \left(1+i_t^f\right),$$

cancelando términos:

$$c_t + q_t x_t + b_{t+1} + q_t F_{t+1} = \frac{W_t}{P_t^c} h_t^s + \frac{R_t}{P_t^c} k_t^s + \frac{\Pi_t^R}{P_t^c} + \frac{b_t}{\left(1+\pi_t^c\right)}\left(1+i_t\right) + F_t q_t \left(1+i_t^f\right),$$

como sabemos las ganancias reales del minorista son:

$$\frac{\pi_t^R}{P_t^c} = c_t \left(1 - \frac{P_t}{P_t^c}\right).$$

Podemos sustituir en la ecuación previa para obtener:

$$q_t x_t + q_t c_t + b_{t+1} - \frac{b_t}{\left(1+\pi_t^c\right)}\left(1+i_t\right) + q_t F_{t+1} - F_t q_t \left(1+i_t^f\right) = q_t A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha}$$

como sabemos en equilibrio:

$$b_{t+1} - \frac{b_t}{\left(1+\pi_t^c\right)}\left(1+i_t\right) = 0,$$

entonces:

$$q_t x_t + q_t c_t + q_t F_{t+1} - F_t q_t \left(1+i_t^f\right) = q_t A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha},$$

cancelando q_t obtenemos la restricción de recursos de la economía:

$$F_{t+1} - F_t\left(1+i_t^f\right) = A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} - x_t - c_t.$$

6. Equivalencia de la condición de primer orden con respecto al consumo

Para simplificar la explicación (y sin cambiar los resultados finales), vamos a suponer que el lagrangeano de los hogares está dado por:

$$\mathcal{L} = \sum_{j=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{\theta}{\theta-1} \log\left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right) - \lambda_t \left(\left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right)^{\frac{\theta}{\theta-1}} + k_{t+1} - (1-\delta)k_t - rk_t \right) \right],$$

derivando $\mathcal{L}$ con respecto a $c(z)_t$:

$$\frac{\partial L}{\partial c(z)_t} = \beta^t \frac{\theta(\theta-1)}{(\theta-1)\theta\left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right)} c(z)_t^{\frac{-1}{\theta}} - \beta^t \lambda_t \frac{\theta}{\theta-1} \left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right)^{\frac{1}{\theta-1}} \frac{\theta-1}{\theta} c(z)_t^{\frac{-1}{\theta}} = 0,$$

lo cual es igual a:

$$\frac{1}{\left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right) c(z)_t^{\frac{1}{\theta}}} = \lambda_t \frac{\left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right)^{\frac{1}{\theta-1}}}{c(z)_t^{\frac{1}{\theta}}}$$

y a:

$$\frac{1}{\left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right)_t^{\frac{\theta}{\theta-1}}} = \lambda_t,$$

que conocemos es igual a:

$$\frac{1}{c_t} = \lambda_t;$$

así se ha probado que es lo mismo derivar con respecto a c_t que $c(z)_t$.

Referencias

Arango, Juan Pablo, Orlando Gracia, Gustavo Hernández y Juan Mauricio Ramírez (1998), "Reformas comerciales, márgenes de beneficio y productividad en la industria colombiana", *Planeación y Desarrollo*, vol. XXIX, pp. 59-78.

Ball, Lawrence (2000), "Los costos de la desinflación", *Ensayos sobre Política Económica,* n.os 36-37, pp. 63-76.

Bejarano, Jesús (2004), *Estimación estructural y análisis de la curva de Phillips neo-keynesiana para Colombia,* Banco de la República.

Bernanke, Ben, Mark Gertler y Simon Girlchrist (1999), "Handbook of Monetary Economics", vol. 1C, capítulo 21: *The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework,* Elsevier Science B.V., pp. 1341-93.

Calvo, Guillermo A. (1983), "Staggered prices in a utility-maximizing framework", *Journal of Monetary Economics,* vol. 12, n.º 3, septiembre, pp. 383-98.

Carrasquilla, Alberto, Arturo Galindo e Hilde Patrón (1994), *Costos en bienestar de la inflación: teoría y una estimación para Colombia,* Banco de la República (Borrador Semanal de Economía, n.º 3).

Diebold, Francis X., Lee E. Ohanian y Jeremy Berkowitz (1998), "Dynamic equilibrium economies: A framework for comparing models and data", *Review of Economic Studies,* vol. 65, n.º 3, julio pp. 433-51.

Dotsey, Michael, Robert G. King y Alexander L. Wolman (1999), "State-dependent pricing and the general equilibrium dynamics of money and output", *Quarterly Journal of Economics,* mayo, pp. 655-90.

Gómez, Javier (2003), "Wage indexation, inflation inertia, and the cost of disinflation", *Ensayos sobre Política Económica,* n.º 43, pp. 67-83.

Gregorio, José de (2000), "Sobre los determinantes de la inflación y sus costos, *Ensayos sobre Política Económica,* n.os 36-37, pp. 27-62.

Hamilton, James D. (1994), *Time Series Analysis,* Princeton University Press.

Hansen, Gary D. (1985), "Indivisible labour and the business cycle", *Journal of Monetary Economics,* vol. 16, pp. 309-27.

Hofstetter, Marc (2004), *Disinflations in Latin America and The Caribbean: A free lunch,* Johns Hopkins University y Universidad de los Andes.

King, Robert G., Charles I. Plosser y Sérgio T. Rebelo (2001), *Production, growth and business cycles,* Technical appendix, junio.

Lawrence J., Christiano, Martin Eichenbaum y Charles Evans (2001), *Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy,* Federal Reserve Bank of Cleveland, mayo (Working Paper, nº 01-07).

López, Martha (2001), "Seigniorage and the welfare cost of inflation in Colombia, *Ensayos sobre Política Económica,* nº 39, pp. 115-130.

Lucas, Robert E. (1994), *On the welfare cost of inflation,* Center for Economic Policy Research, Stanford University, febrero (Working Paper, nº 394).

Mankiw, Gregory, y Ricardo Reis (2002), *Sticky information versus sticky prices: A proposal to replace the new keynesian phillips curve,* enero.

Melo, Luis F., y Álvaro J. Riascos (2004), *Sobre los efectos de la política monetaria en Colombia* (Technical Report); de próxima aparición en *Ensayos sobre Política Económica*, Banco de la República.

Posada, Carlos E. (1995), *El costo de la inflación (con racionalidad y previsión perfectas),* Banco de la República (Technical Report, nº 30).

Riascos, Álvaro (1997), *Sobre el costo en bienestar de la inflación en Colombia,* Banco de la República (Borrador Semanal de Economía, nº 82).

Schmitt-Grohe, Stephanie, y Martin Uribe (2004), *Optimal simple and implementable monetary and fiscal rules*, National Bureau of Economic Research (Working Paper, nº 10253).

Sidrauski, Miguel (1967), "Rational choice and patterns of growth in a monetary economy", *American Economic Review,* vol. 57, pp. 534-44.

Vásquez, Diego M. (2003), *Mecanismos de cobertura para el riesgo de tasa de interés real de los bancos hipotecarios colombianos,* Banco de la República, enero (Borrador Semanal de Economía, nº 237).

DISINFLATION COSTS UNDER INFLATION TARGETING IN A SMALL OPEN ECONOMY: THE COLOMBIAN CASE

Franz Hamann, Juan Manuel Julio,
Paulina Restrepo and Álvaro Riascos

Disinflation costs under inflation targeting in a small open economy: the Colombian case

CENTRAL BANK AWARD "RODRIGO GÓMEZ", 2005

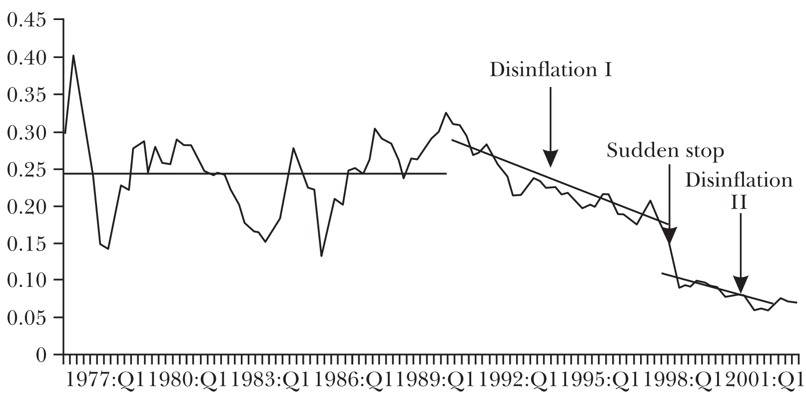
CENTRE FOR LATIN AMERICAN MONETARY STUDIES
Mexico, D. F. 2009

1. Introduction

Colombia used to be recognized for having two digit inflations. Since 1977 up to 1991 our inflation rate oscillated between 40% and 15% with a mean value of about 24% (See figure 1). Throughout this period the Central Bank was part of the government. Since 1991, with the new political constitution, the Central Bank was declared independent from the central government, and the new task of the board of governors was to keep price stability. In the year 2000, the board fixed 3% as the long run inflation target. A disinflation process started and between 1991 and 1997 inflation fell from 30% to a level around 18% (Disinflation I on figure 1). Around 1998 Colombia suffered a sudden stop which brought down inflation from around 18% to 10%. After 1998 the board of governors of the Central Bank continued the disinflation process in a slow manner, as a result, we have had an inflation rate of approximately 6% for the last two or three years. This year's target is approximately 5.5%. Assuming that the target is reached, we are still missing a 2.5% drop in order to reach the long run target.

High inflation rates are costly and there exists a large amount of literature on the economic costs of inflation. There are different ways to quantify these costs, but we focus

FIGURE 1. INFLATION, 1977-2001



on the welfare costs of anticipated inflation. Altough we expect agents to prefer a 3% inflation rate instead of a 5.5% rate, the transition between states may be costly too. In fact some argue that under certain circumstances, those costs overweight the benefits. For instance, Ball (2000), argues that economic authorities, face a tradeoff between output and inflation because disinflation reduces production and employment during the periods of transition towards a lower inflation. So, usually disinflation processes come together with recessions that can have permanent effects on employment *(hysteresis).* So, should the Central Bank continue to disinflate even when the transition is considered?

In this paper we use a *dynamic stochastic general equilibrium model* (DSGE) of a small open economy with nominal rigidities, in a context of inflation targeting, to study the overall welfare costs and benefits of reducing inflation from 5.5% to 3%. We take into account the path of the economy from one state to another and compute the welfare costs and benefits in terms of compensations of capital and output.

In order to evaluate the degree of confidence that we can have on our results, we test the empirical power of this simple model in explaining the dynamics of output and inflation in Colombia for the period 1980:1-2004:1. Our criteria to evaluate the model is that its calibrated version should be able to reproduce salient and/or interesting features of Colombian data on output gap and inflation. We compare, at the frequency domain, the observed data with the data simulated from the theoretical model. The methodology consists of four steps. First, we estimate the sample data spectrum and compute its uncertainty using bootstrap techniques. Second, from the estimated spectrum and its uncertainity we determine the salient and/or interesting features which we expect the theoretical model to reply. Third, we compute the model's theoretical spectrum. Finally, we compare the theoretical and observed estimated spectrums at the required frequencies.

This model distinguishes from previous literature in several aspects.[1] Here we present a small open economy and not a

[1] For Colombia, a first study using the Sidrauski (1967) model shows that the welfare loss from an increase in the inflation rate from 5% to 20%

closed economy, this may affect the results because individuals can smooth consumption by aquiring debt abroad so that effects of the nominal and real interest rates are not so harsh. We also have a specific monetary policy regime of inflation targeting while other studies are either independent of the monetary policy regime or assume a monetary growth rule (except for Gómez (2003) that also has inflation targeting). Nominal rigidities are introduced similarly to Calvo (1983) in order to obtain non-neutrality of money in the short run. A stock of habit was introduced into the utility function to obtain the observed persistence in consumption. Finally and as we mentioned above, our calculations take into account the transition from one state to the other evaluating not only the long run but also the short run costs of disinflation.

The rest of the paper proceeds as follows: in the next section we lay out the model, define the competitive equilibrium and explain the method of solution. Section 3 shows the calibration procedure. Section 4 refers to the extent to which the model replicates the salient features of Colombian data. In section 5 we calculate the benefits of an inflation

is about 7% of the GDP (Carrasquilla, Galindo and Patron 1994). Later on, a study which also uses Sidrauski but with a monetary economy, under the assumption of perfect foresight and endogenous production shows that the long run welfare gain for society in terms of consumption as a portion of output without taking into account the benefits or costs of the transition, of bringing down inflation from 20% to 10% are around 3.9% of GDP (Posada 1995). Another study based in Sidrauski and Lucas (1994) without capital accumulation, explores how much do Colombians loose in the long run in terms of welfare for tolerating a 20% inflation rate, it is found that the cost is approximately 1.5% of annual consumption in relation to the ideal situation of 0% inflation (Riascos 1997). De Gregorio (2000) using a ratio between the quantity of money and GDP, finds that a decrease of 10 percentage points in the inflation rate would increase output between 0.1% and 0.26%. Once more using a Sidrauski model in which preferences are non separable functions of the service flows of non-durable goods and money holdings, Lopez (2001) finds that the welfare loss due to an increase in the inflation from 5% to 20% is no higher than 2.3% of the GDP, and the welfare loss due to an increase in the inflation rate from 10% to 20% is equivalent to about 1% of the GDP. Finally using two models of the wage price system calibrated for the Colombian case, Gomez (2003), showed how wage rigidities translate into price rigidities and that price rigidities are in turn the key element explaining the costs of disinflation.

rate of 3% versus 5.5%, the costs of the transition from one state to another and present a sensitivity analysis of the results to three different parameters and the case of a closed economy. The last section summarizes our findings.

2. The model

We consider a small open economy with a representative household, two types of firms and a government. The first type of firms hire labor and capital from households and produce an homogeneous good. The second type of firms buy the homogeneous good, put a label at no cost, and end up with a differentiated good.[2] From now on we will refer to the first type of firms as *producers* and to the second as *retailers*. Households consume differentiated consumption goods and pay a liquidity cost, they also supply homogeneous indivisible labor, accumulate capital and supply it to producers. They receive lump sum transfers from the government and hold wealth as cash. Producers hire labor and capital from households as factor inputs and produce homogeneous goods. These homogeneous goods are demanded by retailers, which transform homogeneous goods into differentiated consumption goods and sell these to households. The consolidated monetary and fiscal authority issues money, makes net lump sum transfers to households, makes some unproductive expenditure and collects the liquidity costs from households.[3] All quantities are in per capita terms if not stated otherwise.[4]

2.1 The representative household

Households are the owners of the firms that produce the homogeneous good as well as of the retail sector firms and

[2] One way to think about the second type of firms is as *branding* firms. They buy wheat, pack it and put a label on it. This is just a device to introduce price-stickiness into the model, See Schmitt-Grohe and Uribe (2004). This type of setup is not new in the literature, to our knowledge it was first implemented by Bernanke, Gertler and Gilchrist (1999).

[3] By doing so we intend to eliminate the wealth effect.

[4] This model is not based on a previous model, it is the combination of the features of several models made by different authors and each one is mentioned when pertinent.

are consumers. Their income at period t is given by the nominal wage, nominal returns to capital, the benefits from retailers and the net lump sum transfers obtained from the government in this same period. Apart from their income they also count with a real money stock given at the beginning of the period as well as with a stock of real domestic private bonds and foreign assets.[5] Expenditure is determined by consumption, the liquidity costs and investment. At period t, they also decide the level of expected real money holdings, real domestic private bond holdings and foreign asset holdings for period $t+1$. Then the budget constraint is given by:

$$\begin{aligned} c_t + \Phi + m_{t+1}^d + \frac{P_t x_t}{P_t^c} + b_{t+1} + \frac{e_t F_{t+1}}{P_t^c} = \frac{W_t}{P_t^c} h_t^s + \frac{R_t}{P_t^c} k_t^s + \frac{\Pi_t^R}{P_t^c} + \frac{\Pi_t}{P_t^c} + \\ m_t^d \frac{P_{t-1}^c}{P_t^c} + b_t \frac{P_{t-1}^c}{P_t^c}(1+i_t) + \\ \frac{e_t F_t}{P_t^c}(1+i_t^f) + \tau_t, \end{aligned} \tag{1}$$

where: c_t is real consumption, m_t^d is real money demand, x_t is real investment, W_t is the nominal wage, h_t^s is the number of hours worked per capita, R_t is the nominal return to capital, k^s is capital supply, Π_t are the benefits from the homogeneous good producers, Π_t^R are the benefits from the retailers, τ_t are government lump sum transfers to the households, P_t^c is the price index of consumption goods and P_t is the price index of homogeneous goods, b_t are net real private domestic bonds, F_t are net foreign assets (or liabilities depending on the sign) denominated in units of the tradable homogeneous good, e_t is the nominal exchange rate (COP/USD), i_t is the domestic nominal interest rate and i_t^f is the foreign nominal interest rate denominated in dollars. M_0, k_0, b_0 and F_0 are known. As $m_t = \dfrac{M_t}{P_{t-1}^c}$, hence m_0 is known and

[5] Stock variables are given at the beginning of the period and flows are known at the end, i.e. M_t is known at the start of period t, P_{t-1} is given at the end of period $t-1$ so it's known at the beginning of period t, as $m_t = \dfrac{M_t}{P_{t-1}}$, real money holdings are known at the start of period t.

the same follows for b_0. Φ is a function which determines the transaction costs, and is given by:

(2) $$\Phi\left(c_t, m_{t+1}, x_t\right) = \kappa\left(\frac{c_t + \nu \frac{P_t}{P_t^c} x_t}{m_{t+1}}\right)^a,$$

where all variables are in real terms (relative to the consumption good) and ν is a parameter that determines the fraction of investment that affects the optimal choice of real money holdings. According to this expression, as the household consumes or invests more, its liquidity costs increase, and they decrease with the real money holdings they save for next period.

The external nominal interest rate is defined as:

(3) $$\left(1+i_t^f\right) = \left(1+i_t^*\right)\left(1+\vartheta\left(\frac{F_t}{y_t}\right)\right),$$

where i_t^* is the international risk free nominal interest rate and ϑ is the risk premium function.[6] Notice that if the net foreign assets (F_t) are negative, then the country is a net debtor and otherwise it is a net lender. It is also assumed that the purchase power parity (PPP) is satisfied, so $P_t = e_t P_t^*$. This means that the price for the homogeneous good equals the foreign price for the homogeneous good times the exchange rate. We set $P_t^* = 1$ for all t, therefore $P_t = e_t$ and so the depreciation rate equals the inflation rate of homogeneous goods, $\pi_t = d_t$. If we define $q_t = \frac{P_t}{P_t^c}$ as the relative price

[6] The risk premium function is defined as $\vartheta\left(\frac{F_t}{y_t}\right) = \omega_{ss} + \omega_1 + \omega_2 * Exp\left[\omega_3\left(\frac{\frac{F_t}{y_t}}{\frac{F_{ss}}{y_{ss}}}\right) * \mu_t^{\vartheta}\right]$ where the subscript ss stands for the steady state value of the variable, $\vartheta'\left(\frac{F_t}{y_t}\right) < 0$ and μ_t^{ϑ} is an exogenous variable which logarithm follows a standard autoregressive process of order one of the form $log(\mu_{t+1}^{\vartheta}) = \rho_4 log(\mu_t^{\vartheta}) + (1-\rho_4) log\left(\bar{\mu}^{\vartheta}\right) + \in_{t+1}$.

of homogeneous goods to heterogeneous goods, and $\frac{P_{t-1}^{c}}{P_{t}^{c}}=\frac{1}{\left(1+\pi_{t}^{c}\right)}$, then the budget constraint (1) can be rewriten as:

$$(4)\quad c_t+\Phi+m_{t+1}^{d}+q_t x_t+b_{t+1}+q_t F_{t+1}=\frac{W_t}{P_t^c}h_t^s+\frac{R_t}{P_t^c}k_t^s+\frac{\Pi_t^R}{P_t^c}+\frac{\Pi_t}{P_t^c}+\frac{m_t^d}{\left(1+\pi_t^c\right)}+\frac{b_t}{\left(1+\pi_t^c\right)}(1+i_t)+F_t q_t(1+i_t^f)+\tau_t.$$

Households accumulate capital according to the following expression:

$$(5)\quad k_{t+1}-(1-\delta)k_t-f\left(\frac{x_t}{k_t}\right)k_t=0,$$

where f is a twice continously differentiable and concave function, which reflects investment adjustment costs in capital, and δ is the depreciation rate. The specification of the function f, is such that when the economy is in steady state, there are no adjustment costs.[7]

Consumption and leisure generate utility to households, but they have a habit stock which generates disutility, this is:

$$(6)\quad u(c_t,H_t,h_t,\mu_t^u)=\mu_t^u\log(c_t)-\gamma\log(H_t)-Bh_t,$$

where H_t is the habit stock, B is a parameter, μ_t^u is an exogenous variable that represents an intertemporal preference shock,[8] and:

[7] We assume that f is a quadratic function $f\left(\frac{x_t}{k_t}\right)=c_2\left(\frac{x_t}{k_t}\right)^2+c_1\left(\frac{x_t}{k_t}\right)+c_0$. c_2 determines the concavity of the function, that is, how expensive it is on the margin to adjust the capital outside the steady state and is fixed in order to replicate investment's volatility. Parameters c_1 and c_2 are determined by the fact that there are no adjustment costs on the steady state.

[8] The log of this exogenous variable follows a standard autoregressive process of order one, $log(\mu_{t+1}^u)=\rho_3 log(\mu_t^u)+(1-\rho_3)log\left(\bar{\mu}^u\right)+\in_{t+1}$

(7) $$c_t = \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}},$$

where $c(z)$ is the consumption of a specific good z coming from the retailer z, and θ is the elasticity of consumption of each good z with respect to the whole bundle.[9]

The functional form of the utility function deserves some explanation. First, the linear specification of utility involving h follows Hansen (1985) where labor is indivisible. Workers can either work some given number of hours or not at all (i.e. they cannot work part time). Second, the utility function is separable in consumption and leisure. Third, agents trade employment lotteries instead of hours of work. This implies that hours worked are proportional to employment.[10]

On the other hand, H represents the consumption habits of each individual:

(8) $$H_{t+1} - H_t - \rho(c_t - H_t) = 0,$$

[9] The utility function was chosen log-linear for simplicity. A sensitivity analysis could be done with respect to the utility function but this is not our purpose. The implication that the value of the coefficient of risk aversion has on the model is the willingness of agents to smooth consumption, the higher the value of this parameter the greater the desire of agents to smooth consumption. This will therefore have effects on investment and on the current account in the case of an open economy.

[10] Each period instead of choosing man-hours households choose a probability of working α. The new commodity being introduced is a contract between the firm and the household that commits to work h_0 hours with a probability α. The contract is what is being traded, so the household gets paid whether it works or not. Since households are identical all are going to choose the same α. So all households are going to offer αh_0 which is a fixed quantity. As the utility function is linear in leisure it implies an infinite elasticity of substitution between leisure in different periods. This follows no matter how small this elasticity is for the individuals in the economy. Therefore the elasticity of substitution between leisure in different periods for the aggregate economy is infinite and independent of the willingness of the individuals to substitute leisure across time.

If α increases then it means that people are willing to work more, that is, a higher portion of people are working. Therefore the sum of hours worked is higher and with the same population (assuming there is no population growth) the number of hours worked per capita is going to be higher.

where H_0 is given. Consumption habit today depends on last period's consumption and habit.[11] The higher habit is, the more disutility it is going to generate. In the present period the individual is going to have to consume more to be as satisfied as last period.[12]

Then the representative household's dynamic problem is:

$$\max_{\{c,h,x,k,m,H\}} E_t\left(\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u\left(c_t, H_t, h_t, \mu_t^u\right)\right),$$

subject to (2), (3), (4), (5), (7), (8) and the two following transversality conditions:[13]

$$Lim_{t\to\infty}\beta^t\gamma_t = 0$$

$$Lim_{t\to\infty}\frac{\beta^t\lambda_t}{(1+i_t^f)}\gamma_t = 0$$

According to this, the first order conditions of the household's problem are the following:[14]

$$u_{c_t}\left(c_t, H_t, h_t, \mu_t^u\right) + \eta_t\rho = \lambda_t\left(1 + \Phi_{c_t}\left(c_t, m_{t+1}, x_t\right)\right) \tag{9}$$

$$u_{h_t}\left(c_t, H_t, h_t, \mu_t^u\right) + \lambda_t\frac{W_t}{P_t^c} = 0 \tag{10}$$

$$\lambda_t\left(\Phi_{x_t}\left(c_t, m_{t+1}, x_t\right) + q_t\right) = \gamma_t f_{x_t}\left(\frac{x_t}{k_t}\right)k_t \tag{11}$$

$$\beta E_t\left(\lambda_{t+1}\frac{R_{t+1}}{P_{t+1}^c} + \gamma_{t+1}\left(f\left(\frac{x_{t+1}}{k_{t+1}}\right) + \frac{\partial\left(f\left(\frac{x_{t+1}}{k_{t+1}}\right)k_{t+1}\right)}{\partial\left(k_{t+1}\right)}\right) + \gamma_{t+1}(1-\delta)\right) = \gamma_t \tag{12}$$

[11] Commonly known as *inward looking* habit.

[12] This friction is introduced in order to obtain the persistence in consumption which is observed in the data.

[13] In the solution method the two transversality conditions are replaced by stability conditions.

[14] The first order condition concerning consumption is done with respect to c_t and not $c(z)_t$, because it was proven to be the same.

(13) $$\beta E_t \left(\frac{\lambda_{t+1}}{\left(1+\pi_{t+1}^c\right)\left(1+\Phi_{m_{t+1}}\left(c_t, m_{t+1}, x_t\right)\right)} \right) = \lambda_t$$

(14) $$\beta E_t \left(\frac{\lambda_{t+1}\left(1+i_{t+1}\right)}{\left(1+\pi_{t+1}^c\right)} \right) = \lambda_t$$

(15) $$\beta E_t \left(\lambda_{t+1}\left(1+i_{t+1}^f\right) q_{t+1} \right) = \lambda_t q_t$$

(16) $$\beta E_t \left(\eta_{t+1} + U_{H_{t+1}}\left(c_{t+1}, H_{t+1}, h_{t+1}, \mu_{t+1}^u\right) - \eta_{t+1}\rho \right) = \eta_t$$

and equations (4), (5) and (8). Where λ, γ and η are the lagrange multipliers associated with the budget constraint, the evolution of capital and the evolution of the stock of habit, respectively.

2.2 The producers

This sector is competitive and the producers seek to maximize their profits by choosing the level of capital and labor, given the rental rate of capital, the nominal wage and a technology to produce output, which is sold at price P_t. The technology is assumed to be a standard Cobb-Douglas production function. Hence the problem faced by producers is to solve:

(17) $$\max_{\{k,h\}} \Pi_t = P_t A_t (k_t^d)^{\alpha} (h_t^d)^{(1-\alpha)} - R_t k_t^d - W_t h_t^d ,$$

where A_t is the level of productivity, the subscript d represents the specific input's demand and $log(A_t)$ will follow a standard autorregressive process of order one.[15] The first order conditions for the producers of the homogeneous good are the standard ones.

2.3 The retailers

The retailers, purchase homogeneous output from producers

[15] $log(A_{t+1}) = \rho_1 log(A_t) + (1-\rho_1) log(\bar{A}) + \in_{t+1}$ where $\bar{A}$ represents the average value taken by A across time.

at a price P_t, and turn it into their specific brand of consumption good at zero additional cost. However, on each period retailers face a constant probability, $1-\varepsilon$, of receiving a signal, that tells them that they can reoptimize their price, this probability behaves as in Calvo (1983). The other ε retailers follow a backward indexation rule, see Christiano, Eichenbaum, Evans (2001).[16] This probability is independent across firms and time. We assume that if a retailer does not receive the signal, it fixes his price according to:[17]

$$p_t^{rule}(z) = p_{t-1}^c(z)(1+\pi_{t-1}^c), \tag{18}$$

where p_{t-1}^c is retailer's last periods price and π_{t-1}^c is the period $t-1$ rate of inflation of the aggregate consumption price index.

With probability $1-\varepsilon$ a retailer is going to optimize and set p_t^{opt}. If this is the case the retailer's problem is the following:

Each retailer[18] (z) expected profits at period $t+j$ are given by:

$$E_t\left(\Pi^R(z)_{t+j}\right) = E_t\left(c(z)_{t+j}(p^c(z)_{t+j} - P_{t+j})\right). \tag{19}$$

The real profits of each retailer are $\Pi^R(z)_{t+j} / P_{t+j}^c$ so those firms who are allowed to adjust their price in period t will choose $p^c(z)_{t+j}$ to:

[16] This indexation rule makes it possible for the model to have inflation different from zero. It also implies that in the steady state prices are going to have zero dispersion, i.e. the price that follows the backward indexation rule is equal to the optimal price. Other pricing rules are $p_t^{rule}(z) = p_{t-1}^c(z)$ or $p_t^{rule}(z) = p_{t-1}^c(z)(1+\bar{\pi})$ where $\bar{\pi}$ is the long run inflation. These rules are studied by Dotsey, King and Wolman (1999).

[17] One way to interpret this pricing rule is to assume that on each period retailers face a constant probability $1-\varepsilon$, of wanting to gather information about the state of the economy in order to reoptimize their price (see Mankiw and Reis, 2002). So those $1-\varepsilon$ who gather the information, reoptimize their price according to it. In contrast the other ε retailers follow a backward indexation rule, they keep changing their prices according to past information. So in a sense this is not exactly a case of sticky prices, because as one can see everyone is changing prices but not reoptimizing. This is more a case of sticky information.

[18] Retailers are indexed by z.

$$\max_{\{p^c(z)_t\}} E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\varepsilon)\varepsilon^j \Delta_{t+j} \frac{\Pi^R(z)_{t+j}}{P^c_{t+j}},$$

where the discount factor $\Delta_{t+j} = \beta^j \dfrac{u'(C_{t+j}, h_{t+j}, H_{t+j})}{u'(C_t, h_t, H_t)}$ is an appropriate discount factor according to the market's real interest rate, and households take it as given for their maximization problem. Notice that in period t the firm chooses a price from now on, $p^c(z)_{t+j} = p^c(z)_t$ because of the uncertainty on future price changes, in other words, the firm does the maximization taking into account that today they can reoptimize prices (with probability $(1-\varepsilon)$) and that for j periods they are not going to reoptimize them (with probability ε^j).

From the households problem it can be shown (see appendix 1) that the demand for the consumption good $c(z)_t$ is:

$$c(z)_{t+j} = \left(\frac{p^c(z)_{t+j}}{P^c_{t+j}}\right)^{-\theta} c_{t+j}, \tag{20}$$

so the maximization problem ends up being:

$$\max_{\{p^c(z)_t\}} E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\varepsilon)\varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \left[\left(\frac{p^c(z)_{t+j}}{P^c_{t+j}}\right)^{1-\theta} - q_{t+j}\left(\frac{p^c(z)_{t+j}}{P^c_{t+j}}\right)^{-\theta}\right].$$

After solving for $p^c(z)_t$, the solution becomes:

$$\frac{p^{opt}_t}{P^c_t} = \frac{\theta}{\theta-1} E_t \left[\frac{\sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} q_{t+j} \left(\frac{P^c_{t+j}}{P^c_t}\right)^{\theta}}{\sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \left(\frac{P^c_{t+j}}{P^c_t}\right)^{\theta-1}}\right], \tag{21}$$

or what is the same:

$$\frac{p^{opt}_t}{P^c_t} = \frac{\theta}{\theta-1} E_t \left(\frac{\Theta_t}{\Psi_t}\right),$$

where:

$$\Theta_t = \Delta_t c_t q_t + \varepsilon E_t\left((1+\pi_{t+1}^c)^{\theta}\Theta_{t+1}\right),$$

$$\Psi_t = \Delta_t c_t + \varepsilon E_t\left((1+\pi_{t+1}^c)^{\theta-1}\Psi_{t+1}\right)$$

and p_t^{opt} denotes the price of the good $c(z)_t$ set by the retailer z in the case in which he decides to optimize. Since (20) implies that the price index is also a CES aggregator, it can also be shown that the price index P_t^c is given by:[19]

$$P_t^c = \left[\varepsilon(p_t^{rule})^{1-\theta} + (1-\varepsilon)(p_t^{opt})^{1-\theta}\right]^{\frac{1}{1-\theta}}, \tag{22}$$

and then the aggregate inflation dynamics is given by:

$$(1+\pi_t^c) = \left(\varepsilon(1+\pi_{t-1}^c)^{(1-\theta)} + (1-\varepsilon)\left(\frac{p_t^{opt}}{P_t^c}\right)^{(1-\theta)}(1+\pi_t^c)^{(1-\theta)}\right)^{\frac{1}{1-\theta}}. \tag{23}$$

2.4 Consolidated monetary and fiscal authority

On each period t, the government issues money, transfers a net lump sum to households and makes unproductive expenditures. It is also assumed that the government collects the liquidity costs payed by households. The hypothesis that the government collects the transaction costs is important but allow us to concentrate on the distortive effects of inflation by prices and isolate these effects from the income effect that could induce it. Namely, although the hypothesis of the collection of the transaction costs from the government is not very realistic, to eliminate the income effect of the inflation

[19] As we know the consumption index is $c_t = \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$ which implies that the demand for the z-th good is $c(z)_{t+j} = \left(\frac{p^c(z)_{t+j}}{P_{t+j}^c}\right)^{-\theta} c_{t+j}$, where P_{t+j}^c is an index of the cost of buying a unit of $c(z)_t$: $P_t^c = \left[\int_0^1 (p_t^c(z))^{1-\theta} dz\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$. This integral can be divided into two. So, retailers can be separated into two groups, a fraction $(1-\varepsilon)$ that optimizes their price, and a fraction ε that does not.

over the aggregate of the economy, assuming that the government collects the transaction costs, seem us convenient. Seigniorage as well as the liquidity costs represent income for the government so their budget constraint is the following:

$$m_{t+1}^{s} - \frac{m_t^s}{1+\pi_t^c} + \Phi\left(c_t, m_{t+1}, I_t\right) = \tau_t + \left(\frac{g_t}{y_t}\right) y_t, \tag{24}$$

where the letters with subscript s represent a supply, and g_t is real government expenditure. $log\left(\frac{g_t}{y_t}\right)$ follows a standard autorregressive process of order one.[20]

It is also assumed that monetary policy is conducted with an interest rate policy rule, of the form:

$$i_t = i + \zeta\left(\pi_t^c - \overline{\pi}^c\right) + \xi\left(y_t - y^{ss}\right), \tag{25}$$

where i is the steady state nominal interest rate level, $\overline{\pi}^c$ is the inflation target,[21] and y^{ss} corresponds to the steady state level of output (this is the level of output in absence of shocks).[22] y_t is determined by the production technology described in the last subsection. ζ and ξ are parameters that determine the importance that the monetary authority gives to inflation and output respectively when using the nominal interest rate as the policy instrument.

2.5 Competitive equilibrium

To characterize the competitive equilibrium, the following definitions are used:

Definition: A price system is a positive sequence $\{W_t, R_t, p_t^{rule}, p_t^{opt}, P_t^c, P_t, e_t, i_t, i_t^f\}_{t=0}^{\infty}$.

[20] $log\left(\frac{g_{t+1}}{y_{t+1}}\right) = \rho_2 log\left(\frac{g_t}{y_t}\right) + (1-\rho_2) log\left(\frac{\overline{g}}{y}\right) + \varepsilon_{t+1}$ where $\left(\frac{\overline{g}}{y}\right)$ represents the average value taken by $\frac{g}{y}$ across time.

[21] Notice that this target is in terms of the inflation of the prices of heterogeneous goods.

[22] It is not the level of output in the absence of frictions because transaction costs are still present in the steady state.

Definition: $\{A_t, \mu_t^g, \mu_t^u, \frac{g_t}{y_t}, P_t^*\}_{t=0}^{\infty}$ are taken as exogenous sequences. m_0, k_0, b_0, F_0, $H_0 > 0$ are also taken as given. An equilibrium is a price system, a sequence of consumption $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$, investment $\{x_t\}_{t=0}^{\infty}$, capital $\{k_t\}_{t=1}^{\infty}$, number of hours worked per capita $\{h_t\}_{t=0}^{\infty}$, habit stock $\{H_t\}_{t=1}^{\infty}$, domestic real private bonds $\{b_t\}_{t=1}^{\infty}$, net foreign assets $\{F_t\}_{t=1}^{\infty}$ and a positive sequence of real money $\{m_t\}_{t=1}^{\infty}$ in order that:

- Given the price system and net lump sum transfers, household's optimal control problem is solved with $\{m_t^d = m_t^s = m_t\}_{t=1}^{\infty}$, $\{k_t^d = k_t^s = k_t\}_{t=1}^{\infty}$, $\{b_t = 0\}_{t=1}^{\infty}$, $\{h_t^d = h_t^s = h_t\}_{t=0}^{\infty}$, $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$ and a level of $\{F_t\}_{t=1}^{\infty}$ such that $(1+i_t) = (1+i_t^f)(1+d_t)$ is satisfied.
- The government's budget constraint (24) and policy rule (25) are satisfied for all $t \geq 0$.
- $Y_t = C_t + I_t + G_t + F_{t+1} - (1+i_t^f)F_t \qquad \textit{for all } t$.

This last condition is the standard resource restriction in a small open economy.

2.6 Solving the model

In order to solve the model, we first state the first order nonlinear dynamic system that characterizes the competitive equilibrium. In order to calculate the steady state we transform the system equations into their deterministic steady state representation and solve using numerical methods. Then we log-linearize around the deterministic steady state. At this stage the system is expressed in terms of relative deviations from the steady state.

After solving the model using the method of King, Plosser and Rebelo (2001) we obtain matrices $\mathbf{M}$ and $\mathbf{H}$ which generate the dynamic solution by iterating on the following two equations:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_t &= \mathbf{H}\mathbf{x}_t \\ \mathbf{x}_{t+1} &= \mathbf{M}\mathbf{x}_t + \mathbf{R}\eta_{t+1}, \end{aligned} \tag{26}$$

where $\mathbf{Y}$ is a vector composed by control, costate and flow variables, $\mathbf{x}$ is a vector of endogenous and exogenous states,

$\mathbf{H}$ characterizes the policy function and $\mathbf{M}$ the state transition matrix. η_{t+1} is an innovation vector and $\mathbf{R}$ is a matrix composed of zeros, ones or a parameter instead of a one. This matrix determines which variables are hit by the shock and in what magnitude.

3. Calibration

We now proceed to calibrate the model. There are some parameters that are uncontroversial, while others deserve some explanation. Parameter B is calibrated to obtain $h = \frac{1}{3}$ in steady state. The capital share within the production function is set at $\alpha = \frac{1}{3}$ which approximately corresponds to the capital share in income. The capital stock time series in Colombia is a constructed one, which assumes a quarterly depreciation rate of 0.012, so we set $\delta = 0.012$. The parameter θ that determines the degree of competition in the differentiated goods market, is set to 5 in order to obtain a markup of 25% according to the most recent research on market structure available in Colombia.[23] The parameter ε that determines the degree of price stickiness is set to 0.75 in order to have prices changing every one year, this was the estimation obtained by Bejarano (2004) for Colombia. β, which in equilibrium is equal to $\frac{1}{1+r}$ is fixed at 0.984 according to Vásquez (2003) who estimated the anual long term interest rate for Colombia in 6.81% which corresponds to 1.6% quarterly. The inflation target $\bar{\pi}$ is fixed at 5.5% (anual rate) according to the target set for this year by the Central Bank. i was fixed according to $\bar{\pi}$ and r. We set the international interest rate $i_t^* = 0.03$. The parameters ζ corresponding to the weight given by the monetary authority to the inflation was in 1.7 according to Melo and Riascos (2004), although they estimated the rule with a lag on the interest rate and the parameter ξ was fixed in 0.[24]

The parameter ω_{ss} of the risk premium function was calibrated according to the spread between i and i_t^*. We calibrate

[23] See Arango et al. (1998).

[24] The model is very unstable for values different from zero in this parameter.

the rest of parameters of the risk premium function, ϑ, to match the long term total external debt to GDP ratio, which for Colombia is about 30%.

Investment adjustment costs where calibrated so that in the steady state there are no adjustment costs, $f\left(\frac{x}{k}\right) = c_2\left(\frac{x}{k}\right)^2 + c_1\left(\frac{x}{k}\right) + c_0 = \left(\frac{x}{k}\right)$ and $f'\left(\frac{x}{k}\right) = 1$. For a given c_2, this two conditions determine c_1 and c_0. So, c_2 is fixed to replicate investment's volatility which according to the Hodrick-Prescott filter is 18.8% for Colombia.

Since there is no information about the parameters that determine the evolution of habit over time, we calibrate them to replicate some stochastic properties of the consumption time series in Colombia: φ is set to replicate its volatility as close as possible (which is of 1.4% for Colombia according to data filtered with Hodrick-Prescott) and ρ is fixed to obtain the observed persistence of consumption's cyclical component.

We pay special atention to the parameter a in the transaction cost function, which determines the elasticity of the quantity of money demanded to consumption and interest rate. The first order conditions of the model allow us to obtain an approximation to the money demand of this economy. So we decided to estimate the values of a and κ. Using equations (14) and (13) we solve deterministically for m_{t+1} and obtain:

$$m_{t+1}^{1+a} = \frac{a\kappa(c_t + \nu q_t x_t)^a}{\frac{i_{t+1}}{1+i_{t+1}}}. \tag{27}$$

Applying logs to equation (27) we obtain:

$$log(m_{t+1}) = \frac{1}{1+a}log(a\kappa) + \frac{a}{1+a}log(c_t + \nu q_t x_t) - \frac{1}{1+a}log(i_{t+1}) + \frac{1}{1+a}log(1+i_{t+1})$$

and we estimate it in order to solve for the coeficients a, κ and ν. We used non-linear ordinary least squares with the following three restrictions: $a > 1$, $0 < \nu < 1$ and $\kappa > 0.0645$. The restriction on a is to avoid the case of a linear function, the one on ν is straight forward and in principle κ should be $\kappa > 0$ but 0.0645 is the minimum value for which we were able to obtain the solution. What we found was a corner solution on κ, so our results were $a = 1.858$, $\kappa = 0.0645$ and $\nu = 0.025$. M1 was used for m, for q which can be defined as the real exchange rate (recall that in the model $q = \frac{e_t}{P_t^c} = \frac{P_t}{P_t^c}$) we used the spot's market nominal exchange rate times the US core CPI (CPI minus food and energy) devided by Colombia's CPI, and for i we used the CD's 90 days interest rate.

We finally describe the parameters related to the exogenous shocks. We focus only on the productivity shock since it is the only one used in our simulations. For the productivity shock, A, we performed a standard Solow residual computation to obtain an autocorrelation coefficient of $\rho_1 = 0.83$. The standard deviation is calibrated to reproduce as closely as possible the observed output's volatility (using a Hodrick-Prescott filter it is 1.62%).[25] Finally, the standard deviation of the forcing variable A is set to reproduce as closely as possible the observed output's volatility which was found to be 1.62% according to the Hodrick-Prescott filter.

The autocorrelation of the remaining shocks, government expenditures, preferences and risk premium were found to be 0.773, 0.8 and 0.69 respectivelly.[26] As we mentioned

[25] Using labor, capital and product quarterly data from 1984:1 until 2003:4, and expressing the production function in logarithms one can solve for $log(A_t)$ in order to obtain a time series for A. From this new data we found an average value $\bar{A} = 1.19$ (in levels). The parameter ρ_1 was found by running the following regression $log(A_t) = \rho_1 log(A_{t-1}) + (1-\rho_1) log(\bar{A}) + \epsilon_t$ where ϵ is an error term. We performed a Wald's test to prove the null hypothesis $\rho_1 + (1-\rho_1) = 1$ and we obtained a F-statistic value of 0.2156 and a p-value of 0.6437, so our null hypothesis is accepted, and A can actually follow a standard autoregressive process of order one as stated before.

[26] The autocorrelation ρ_2 of the variable $\frac{g_t}{y_t}$ is found by doing the following: we take the ratio between real total government expenditure and real GDP, we calculate the mean of this series and find $\frac{\bar{g}}{y} = 0.15$, then we estimate an autoregressive process and find $\rho_2 = 0.773$ and that the standard deviation of the error is 0.0063.

above this parameters are not considered in our simulation exercise.

For the preference shock we take the consumer sentiment survey made by Fedesarrollo and specifically use the consumer confidence index. We assume that by construction the index has media zero, this is because consumers are asked if they feel positive or negative about something and the negative answers are subtracted from the positive ones, so in steady state opinions should be devided in half. As the media of the process was assumed to be zero, then we run the regression of the autoregressive process without intercept and we find the autocorrelation ρ_3 of the variable μ_t^u to be $\rho_3 = 0.8$ and the standard deviation of the error 0.07.

The autocorrelation ρ_4 of the variable μ_t^g is found by doing the following: a daily series of the Emerging Markets Bond Index (EMBI) was used as a proxy of the variable μ_t^g. As our model is quarterly then we find the quarterly geometric average of the series. We know that we are assuming that this variable has $\bar{\mu}^g = 1$, and so the intercept of the autorregresive process is zero, so we find the logarithm of our quarterly series and subtract its mean from it. Then we estimate an autorregressive process and find $\rho_4 = 0.69$ and that the standard deviation of the error is 0.0245.

4. Validating the model

4.1 The theoretical model vs. the observed data

In order to asses the extent to which the calibrated model replicates salient and/or interesting features of the actual economy, we follow a frequency domain methodology proposed by Diebold et al. (1998). In this subsection we sumarize the methodology and present our results concerning the agreement of the data spectrum with the model spectrum.

The methodology consists of five steps. First, we took a series for the Gross Domestic Product (GDP) and another one for inflation,[27] logarithms were applied to the GDP series and then both series (inflation and output) were seasonally adjusted using the X12 filter and then filtered using Hodrick and Prescott, so that frequencies beyond eight years were eliminated. Second, we estimate the sample data spectrum and compute its uncertainty using bootstrap techniques. Third, from the estimated spectrum and its uncertainity we determine the salient and/or interesting features that we expect the theoretical model to reply. Fourth, we compute the model's theoretical spectrum. Finally, we compare the theoretical and observed estimated spectrums at the required frequencies. The methodology proposed by Diebold et al. goes a little further by proposing an spectral maximum likelihood estimation technique to calibrate the model parameters by minimizing the disagreement between sample and theoretical spectrums at predefined frequencies. This step is left for future work.

[27] The series for the GDP was constructed as follows: For the period 1994-2003, the quarterly data was taken from the national accounts statistics reported by the Colombian National Department of Statistics (DANE). For the period 1977-2003, this series was backward-chained using the quarterly growth rate reported for this period by the national department of planning (DNP). The inflation series is from the Central Bank.

4.2 Estimating the spectra

For an N-variate linearly regular covariance stationary process with population autocovariance matrices $\Gamma(\tau) = E\left[\left(\mathbf{Y}_{t+\tau} - \mu\right)\left(\mathbf{Y}_t - \mu\right)^T\right]$, the population spectra at frequency ω is defined as:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{Y}}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\sum_{\tau=-\infty}^{\infty}\Gamma(\tau)\exp(-iw\tau)$$

for $\omega \in [-\pi, \pi]$. An important property of the spectra is that:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{F}_{\mathbf{Y}}(\omega)\exp(iw\tau)d\omega = \Gamma_{\tau},$$

which is particularly useful when $\tau = 0$. See Hamilton (1994) Chapters 6 and 10.

The diagonal elements of $\mathbf{F}_{\mathbf{Y}}(\omega)$, $f_{kk}(\omega)$, are the univariate spectra. According to the spectral representation theorem, areas under this curve are the relative contribution of the frequencies to the total unconditional variance of the k^{th} variable.

Off diagonal elements, $f_{kl}(\omega)$, are the cross spectral densities, and can be expressed in polar form as:

$$f_{kl}(\omega) = ga_{kl}(\omega) \times \exp\left\{i \times ph_{kl}(\omega)\right\},$$

where:

$$ga_{kl}(\omega) = \sqrt{re^2\left(f_{kl}(\omega)\right) + im^2\left(f_{kl}(\omega)\right)}$$

is the gain and

$$ph_{kl}(\omega) = \arctan\left\{im\left(f_{kl}(\omega)\right) / re\left(f_{kl}(\omega)\right)\right\}$$

is the phase at a frequency ω. The gain tells us by how much the amplitude of y_l has to be multiplied in order to reach the amplitude of y_k at a same frequency ω. The phase measures the lead of y_k over y_l at frequency ω (The phase shift in time units is $ph(\omega)/\omega$). Instead of using the gain it is costumarily to report the coherence defined as $coh_{kl}(\omega) = ga^2(\omega)/\left(f_{kk}(\omega) \times f_{ll}(\omega)\right)$, which measures the squared correlation between y_k and y_l at a frequency ω (See Hamilton (1994), Chapter 10).

An obvious non parametric way to estimate the population spectra based on a sample $\{\mathbf{Y}_t\}_{t=1}^{T}$, is to replace the population autocovariances and mean vector μ with sample quantities so that the sample autocovariance at lag τ becomes

$$\hat{\Gamma}_\tau = \frac{1}{T}\sum_{t=\tau}^{T-1}\left(\mathbf{Y}_{t-\tau} - \overline{\mathbf{Y}}\right)\left(\mathbf{Y}_t - \overline{\mathbf{Y}}\right) \text{ for } -(T-1) \le \tau \le (T-1)$$

and the estimated spectra:

$$\hat{\mathbf{F}}_{\mathrm{Y}}\left(\omega_j\right) = \frac{1}{2\pi}\left\{\sum_{\tau=-(T-1)}^{T-1}\hat{\Gamma}_\tau \exp\left(-iw_j\tau\right)\right\}$$

evaluated at frequencies $\omega_j = 2\pi j / T$ for $j = 1,2,3,\ldots,T/2-1$. However, this sample estimate is not consistent. A consistent estimate may be found by windowing the autocovariances sequence using the Blackman-Tuckey approach which gives an estimated spectra of the form,

$$\hat{\mathbf{F}}^{*}_{\mathrm{Y}}\left(\omega_j\right) = \frac{1}{2\pi}\left\{\sum_{\tau=-(T-1)}^{T-1}\Lambda(\tau)\hat{\Gamma}_\tau \exp\left(-iw_j\tau\right)\right\}$$

where the window function $\Lambda(\tau)$ is a matrix of lag windows.[28] By adjusting the lag window according to the sample size we can simultaneously reduce the bias and variance of the spectra estimate and hence obtain a consistent estimator of the population spectra. This approach is the same as smoothing the estimated sample periodogram using an equivalent spectral kernel. From this spectrum estimate we obtain estimates of the population coherence and phase.

4.3 Assesing sample variability

In order to asses the sampling variability of this estimator, Diebold et al. propose to use a resampling algorithm called the Cholesky factor bootstrap. If the vector sequence $\varepsilon^{(i)}$ is a

[28] A window lag matrix is a generally truncated symmetric and positive, weighting function for the lags. The truncation lag defines the window size, and outside this window the weights are zero. By giving small or zero weights to long lagged autocovariance matrices (the poorly estimated ones), the estimated spectra becomes smoother and consistent at the cost of some small sample bias.

random sample of an NT dimensional standard distribution, $(\mathbf{0}_{NT}, \mathrm{I}_{\mathbb{NT}})$, then:

$$\mathbf{z}^{(i)} = \overline{z} + \mathbf{P}^{*}\varepsilon^{(i)} \sim \left(\mathbf{1}_T \otimes \mu, \Sigma^{*} = \mathbf{P}^{*}\mathbf{P}^{*T}\right),$$

where $\overline{\mathbf{z}} = \mathbf{1}_T \otimes \overline{\mathbf{Y}}$ and Σ^{*} is the corresponding variance covariance matrix obtained from the estimated autocovariance matrices multiplied by the corresponding window functions.

For each iteration $(i = 1, 2, 3, \ldots, R)$ we randomly draw $\mathbf{z}^{(i)}$ and from this we compute $\hat{\mathrm{F}}^{*(i)}(\omega_j)$ for $\omega_j = 2\pi j / T$ $(j = 1, 2, 3, \ldots, T/2 - 1)$ and then construct the confidence intervals for the spectra, cross-spectra, coherence and phase of the vector.

4.4 The theoretical model spectra

Given that the model can be written in a state space form:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_t &= \mathbf{H}\mathbf{x}_t \\ \mathbf{x}_{t+1} &= \mathbf{M}\mathbf{x}_t + \mathbf{R}\eta_{t+1} \end{aligned}, \tag{28}$$

where the innovation vector η_{t+1} is iid$(\mathbf{0}, \Omega)$, it is straightforward to compute the theoretical model spectra by simple spectral density arithmetic [See Hamilton (1994) Chapter 10]. Notice that equation (28) is closely related to (26).

When this is not posible (that is when Ω is singular or when observed data and model are assumed to arise from different sets of transformations), it is advisable to generate a very long simulated path of the variables subject to countinuous innovations, and estimate the spectra from this simulation. If the simulation is long enough, the sampling errors are negligible.

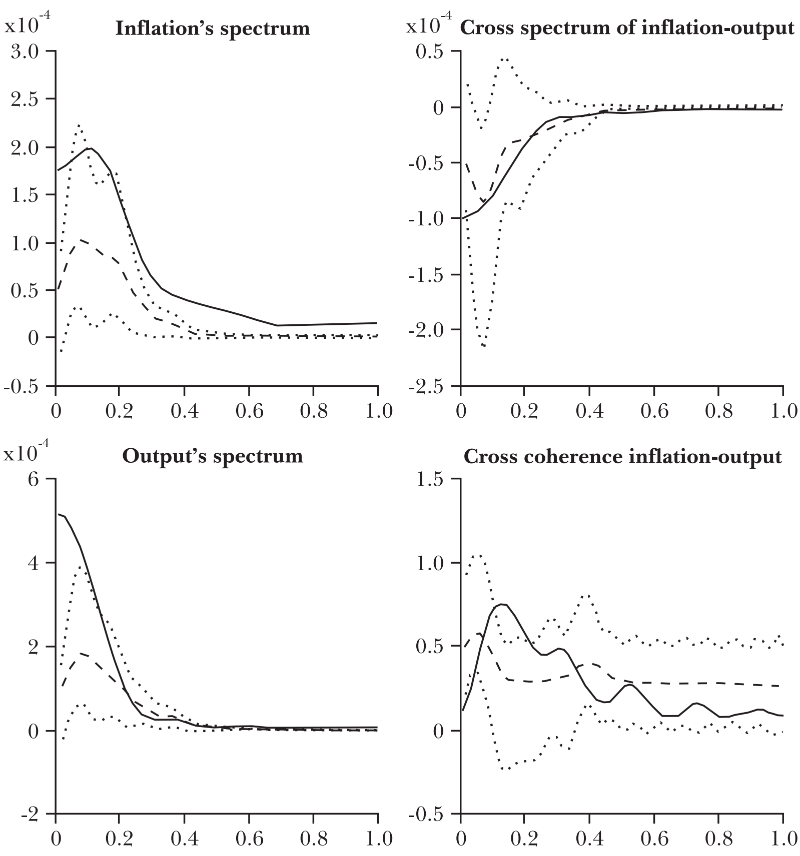
In our case we followed the second methodology. We generated artificial data and filtered it with Hodrick-Prescott, then we took the observed data and filtered it with Hodrick-Prescott as well in order to have two groups of series in the same frequencies to be able to compare them.

4.5 Results

Figure 2 contains, on the upper and lower left panels, the estimated inflation and output gap spectrums along with the corresponding 95% uncertainty bands and the model theoretical spectra. The upper right panel contains the estimated inflation and output gap cross spectral density together with its uncertainty bands and the theoretical cross spectrum. On the lower right panel we find the estimated coherence of inflation and output gap, its uncertainty and the theoretical one.

From the two left panels, that is the univariate spectra, we find that the spectral density is statistically significant for frecuencies between 0.04π and 0.4π which correspond to

FIGURE 2. SPECTRUMS AND COHERENCE



NOTA: The solid line corresponds to the model theoretical spectrum. The dotted line corresponds to the estimated data spectrum. The dashed lines correspond to the 95% upper and lower bands of the data spectrum respectively.

periods between 2 and 25 quarters, and variations along these frequencies explain at least 80% of the observed sample variability. The estimated spectra shows a peak for frequencies between 0.08π and 0.1π which correspond to periodic movements between 10 and 12 quarters. The estimated cross periodogram is negative for all frequencies and significant for frequencies between 0.04π and 0.1π, that is for periods between 10 and 25 quarters. The population coherence is statistically significant at frequencies of up to 0.092π, that is for periodic movements beyond 11 quarters, and is not dominated by any particular frequency although it presents a peak at 0.05π, with a correlation of 0.74 for movements arround 20 quarters. It is also scattered significant for some high frequencies .

From these figures we derive the salient features of the data that the model has to mimic. First, inflation and output gap are dominated by periodic movements between 2 and 25 quarters with a peak between 10 and 12 quarters, which could show some degree of stickiness or persistence. The cross spectrum and coherence show results in the same direction. The population coherence does not seem to be dominated by a particular set of frequencies. However, there is a peak correlation of 0.74 for movements around 20 quarters.

The theoretical model frequency analysis shows some persistence both in the univariate spectra as well as in the cross spectrum, with monotone spectrum for output gap and cross spectrum. The inflation spectrum peaks at a frequency of 0.10π, that is, for periodic movements between 9 and 10 quarters. The model's theoretical coherence presents clear dominance in frequencies between 0.05π and 0.45π, that is periodic movements between 2 and 20 quarters, with a maximum coherence at 0.12π, that is periodic movements between 8 and 9 quarters.

The comparison between sample and theoretical spectra and cross spectra reveals important similarities. The theoretical spectra and cross spectra fall into the sample uncertainty bands for frequencies beyond 0.05π, that is for periodic movements of inflation and comovements of inflation and output gap of up to 20 quarters, that is 5 years, and for periodic movements of output gap of up to 10 quarters (2 and a half years). For shorter frequencies the spectra and cross spectra of the model are significantly different from the sample ones. The model's coherence falls into the uncertainty bands for most of the frequencies but the ones sorrounding the peak of the model's coherence, and very long run periodic movements.

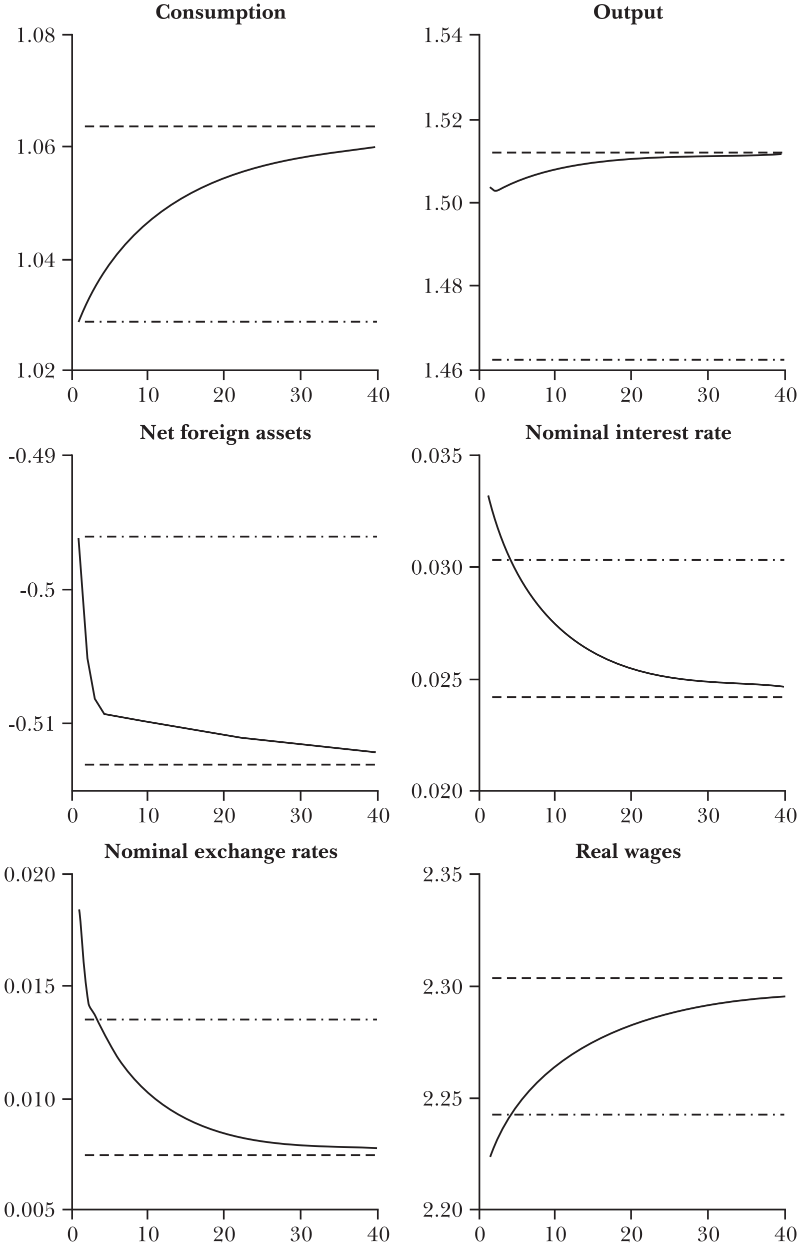
We conclude that the model theoretical spectra and cross spectra does not differ statistically from the respective population quantities for, at least, frequencies beyond 0.05π, which correspond to periodic movements of up to at least 10 quarters. Population's coherence is not statistically different from the model's coherence at most of the frequencies, it is only statistically different at the peak of the model's theoretical coherence and for very short frequencies (very long run period movements).

5. The welfare costs of disinflation

The central bank of Colombia (Banco de la República) has a long run inflation target of 3% and in average, last three years target has been of approximately 5.5%. Therefore to reach this goal and get to a steady state with an inflation level of 3%, the bank should start a disinflation process. Before moving on to the quantification of the benefits or costs (compensation) of disinflation, we would like to spend some time on the analysis of both steady states and the transition dynamics followed by the variables in order to get to the new steady state.

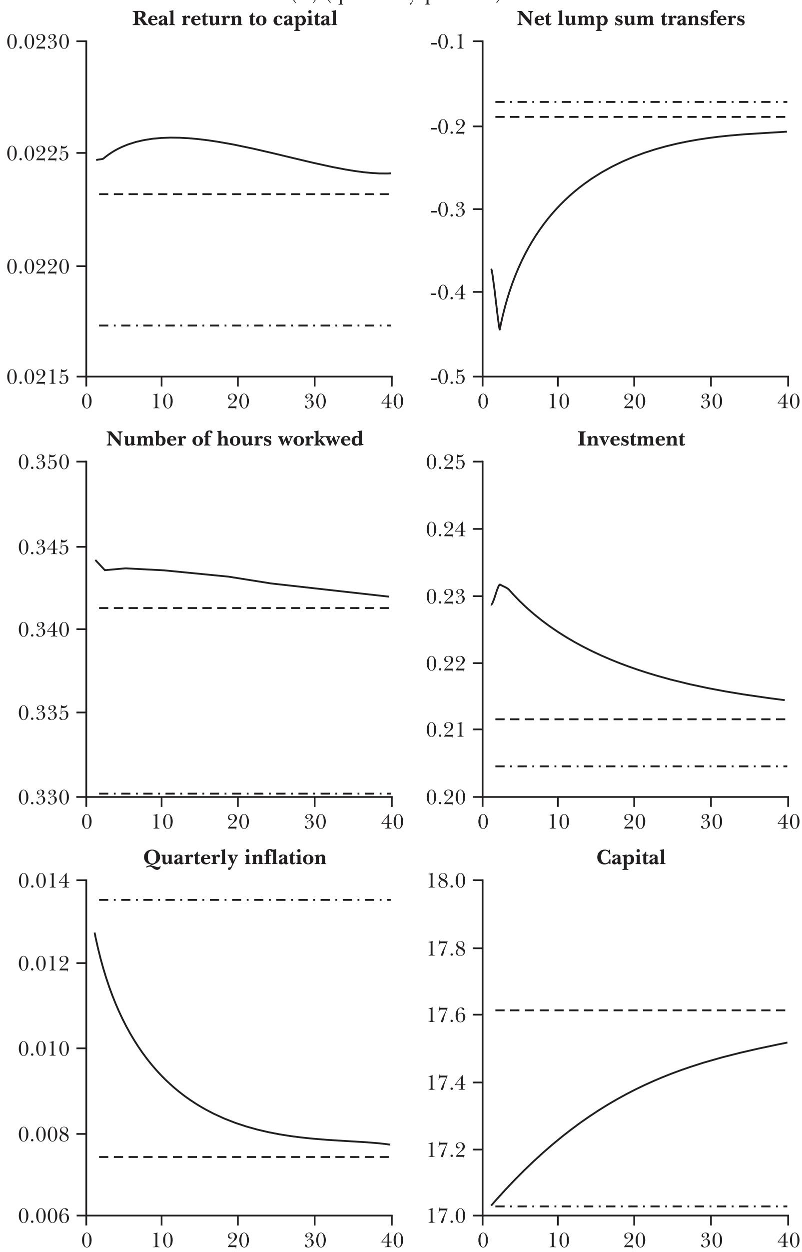
Figures 3 and 4 show both steady states and the transition dynamics followed by the variables in order to get to the new steady state, when the calibration for the economy with an inflation rate of 5.5% holds, and the only thing that changes is the annual inflation rate target, all given that the central bank has total credibility and it does what it anounces. The dashed-dotted line corresponds to the value of the variable at the 5.5% inflation steady state and the dashed line to the 3% inflation steady state, while the solid line corresponds to the transition. In the short run (on impact), we observe an investment boom and a considerable increase in employment. A rapid increase in indebtness followed by a smooth stabilization and an imediate deppreciation of the nominal exchange rate. Note that what we call nominal exchange rate is the same as the inflation of the homogeneous goods, therefore the immediate deppreciation is due to an immediate increase in the inflation of this goods; this is because we've got an instantaneous increase in the real return to capital which is greater than the decrease in wages pushing prices up. Another interpretation for the same phenomenom is that as agents have perfect foresight, they know that debt is going to start rising from then on, so price of debt increases deppreciating the nominal exchange rate (this last interpretation has to be treated with precaution because we do not have an exact nominal exchange rate in the model).

FIGURE 3. DISINFLATION (A) (in quarterly periods)



NOTA: The x-axes shows quarterly periods. And the y-axes shows the corresponding variable in levels. The dashed-dotted line corresponds to the variable level in the steady state with 5.5% inflation. The dashed line is the variable level in the steady state with 3% inflation. The solid line is the transition followed by each of the variables to move from one state to the other.

FIGURE 4. DISINFLATION (B) (quarterly periods)



NOTA: The x-axes shows quarterly periods. And the y-axes shows the corresponding variable in levels. The dashed-dotted line corresponds to the variable level in the steady state with 5.5% inflation. The dashed line is the variable level in the steady state with 3% inflation. The solid line is the transition followed by each of the variables to move from one state to the other.

Finally we observe an output but no consumption boom in the short run.

In the mid and long run in order to bring down inflation, the monetary authority rises nominal interest rates. As this occurs the intertemporal price of consumption changes. Households will expect to have lower future nominal and real interest rates, so in the future they are going to preffer to consume more. In order to be able to finance this consumption, households are going to increase their supply of labor and number of hours worked per capita are going to increase (this is what causes real wages to decrease on impact). This increase is going to generate a rise in output, and this increase in output generates more demand for labor than the one that allready exists, causing wages to increase in the long run. The increase in the supply and interest rates make inflation start to fall.[29]

Notice that prices are not falling, they are just growing at a lower rate. This is because the inflationary pressures on the homogeneous goods comming from the prices of the production factors start to fall, and when the inflation rate of the homogeneous good starts to fall, generates a fall on the marginal costs of retailers making their prices grow at a lower rate.

As the inflationary tax is being reduced, then the government increases lump sum taxes in order to finance a given level of expenditure (see figure 4), and therefore households disposable income is going to be diminished. Real return to capital increases due to the rise in the number of hours

[29] Our model has shown that the hysteresis hypothesis mentioned by Ball (2000) does not seem to show in our case. We can see from figures 3 and 4 that neither output or employment fall beneath their old steady state level during the transition. By the contrary both increase, and actually the increase in the labor supply is one of the elements that makes the transition to have a smaller welfare. What we observe here is the opposite to the hysteresis hypothesis: a long run increase in output and employment. Ball mentions that hysteresis is more likely to occur in the case of countries which have strong social security institutions, or which have very long lasting unemployment insurance. But this is not the case of our model, here we observe that because of the microfoundations of the labor market, households receive a salary whether they work or not (See 2.1), so implicitly, this works as an unemployment insurance period to period.

worked per capita, so households are going to invest more. Notice that it is possible that real return to capital increases from one state to the other because the real interest rate is not constant; our risk premium function depends on the debt to output ratio. Therefore we have got households with lower disposable income and higher levels of consumption and investment, so in order to finance this, they are going to increase their levels of indebtness (this is possible due to the openness of the economy, it is possible that in the case of a closed economy consumption's behavior is different).

As the level of indebtness increasess, external nominal interest rate also increases. In the long run, the nominal interest rate starts to fall as inflation does, and so does the external nominal interest rate (not shown), this is because the rise in output is greater than that of debt.

5.1 Two different steady states

At this stage we would like to quantify the compensation for moving from a 5.5% long-run inflation to a long-run inflation of 3%. In order to calculate this, we do the following: the steady state values of the variables are known, so we know the value of the utility in each period of time. As we know that while one is on the steady state the situation is going to hold for infinity, we can tell that the welfare for an inflation rate of 3% is going to be:

$$W_L = \frac{1}{1-\beta} u\left(c_3, H_3, h_3\right),$$

where W_L stands for welfare with low inflation and the subscript 3 stands for the steady state value of a variable corresponding to a world with an inflation rate of 3%. By doing the calculation we find that $W_L = 10.3931$. The same applies for the world with an inflation rate of 5.5%:

$$W_H = \frac{1}{1-\beta} u\left(c_{5.5}, H_{5.5}, h_{5.5}\right),$$

where W_H stands for welfare with high inflation and the subscript 5.5 stands for the steady state value of a variable corresponding to a world with an inflation rate of 5.5%. In this case we find $W_H = 10.0489$. So as $W_H < W_L$ we can see that it is actually better to be in a world with an inflation rate of 3%.

The values of W_L and W_H show that there are welfare gains of lowering long-run inflation. But as these magnitudes are in terms of utilities, they are not telling us much, so in order to have an idea of the magnitude of those gains, we calculate what would be the compensation in terms of capital and output, in order to have agents indifferent between an inflation rate of 3% and 5.5%. This compensation in terms of capital and/or output would be the long-run compensation for being in a world with an inflation rate of 3% instead of 5.5%.

To calculate this compensation, we assume that households receive an amount of capital which is reflected in an instantaneous change in output,[30] and parting from this new level of capital which is eventually going to return to its steady state level, we calculate the present value of the utility function in each of the periods:[31]

$$W_{H1} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u\left(c_t, H_t, h_t\right),$$

where W_{H1} stands for the welfare of receving an amount of capital in $t = 1$ and returning to the *original* steady state. The subscript t stands for the value that each variable takes in a given period of time given that it is returning to its original value. After calculating W_{H1} we compare its value with that of W_L and if $W_{H1} = W_L$ then we stop and know that the percentage increase that was given to households is the compensation received if one goes instantaneously to a state with an inflation rate of 3% (instantaneous compensation, IC), otherwise the amount given to households is increased and the

[30] State variables are the only ones that can be deviated from their steady state level; controls and flows are jumping variables, and therefore react to changes in the state variables, so we do not have any control over them. Capital is a state variable while output is a flow variable, that is why we variate capital instead of output.

[31] To do these calculations we assumed that we were standing in the world with the inflation rate of 5.5%. This means that the dynamic followed by the variables was based in the state space representation given by the model with a steady state inflation of 5.5%.

same calculations are done until we find that $W_{H1} = W_L$. In other words, IC tells us that being in a world with an inflation rate of 3% is as good as if today one receives an extra IC percent of capital, and then one would be indifferent between moving to the new state or staying in the actual one.

In this case we find that given the actual calibration of the model the IC is 4.54% in terms of capital and 0.16% in terms of output.[32] This tells us that moving to a lower inflation in the long run, is the same, as if the individuals were compensated today with a capital stock 4.54% higher (or 0.16% higher output). This calculation assumes that agents are just left from one moment to another in a world with lower inflation, in other words, they do not have to make the transition between steady states. Since this transition may be costly for the agents, it is likely that agents are not willing to move (do the transition).

5.2 Transition dynamics towards the new steady state

Now we calculate the compensation received for doing the transition from one state to the other. To do this we use the decision rules of the model corresponding to an inflation rate of 3%, and assume that the endogenous state variables deviate from their steady state in that percentage that does their steady state value in the world with an inflation rate of 5.5%. The endogenous state variables start in their original value and start to converge to the steady state value corresponding to an inflation rate of 3% (the model's calibration corresponding to the steady state with an inflation rate of 5.5% is mantained and we only change the inflation target). As the state variables move, all the other variables move in order for the system to be in equilibrium in every single period.[33] So:

[32] In order to find this percentage change in output, we take the initial change in capital, and as output is a jumping variable, when the change in capital takes place output moves instantaneously. And we calculate the percentage deviation of this initial value from the steady state corresponding to an inflation rate of 5.5%.

[33] We are aware that here we are using linear rules, so there is room for an approximation error.

$$W_T = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u\left(\mu_t^u, c_t, H_t, h_t\right), \tag{29}$$

where W_T corresponds to the welfare of doing the transition from one state to the other.[34] Computing (29) we obtain $W_T = 10.1428$. As $W_L > W_T > W_H$ households still obtain benefits from doing the transition. Any household that has perfect foresight and is able to calculate its utility in every period of time, is going to know that it is worth doing the transition. So in order to know how good the transition is, we want to know how much capital a household living in a world with an inflation rate of 5.5% should receive in order to make $W_T = W_H$. That percentage of capital and/or output is going to be the compensation received by households for doing the transition from a state corresponding to an inflation rate of 5.5% to 3%.

To calculate this compensation we follow a similar procedure to the one we use to calculate the IC. The steady state level of the capital corresponding to a world with an inflation rate of 5.5% is deviated from its steady state in a positive amount. Households are going to receive an amount of capital in period $t = 1$ and are going to return to their original steady sate. So their welfare is going to be W_{H1} instead of W_H. We calculate W_{H1} and compare it with W_T, if $W_T = W_{H1}$ then that percentage of capital and/or output that is given or taken from households is the compensation received for doing the transition from one state to the other (transition compensation, TC). If $W_T \neq W_{H1}$ we increase or decrease the amount of capital given or taken respectively from households and repeat the procedure.

From doing the calculations we found that the TC is 1.18% in terms of capital and 0.04% in terms of output. In other

[34] Although the essence of the model is stochastic, this characteristic is not being used in any of the calculations. It can be introduced by using the simulations, but our hypothesis is that our results are not going to change much. As agents have a risk aversion coefficient equal to one, this model economy is going to have a relatively small volatility, so the information added is not going to make a big difference. It is still convenient to have the stochastic part of the model if one wants to add a second order approximation. However we did use the stochastic properties of the model for the validation procedure.

words if today one receives 1.18% more capital, one would be indifferent between doing the transition towards the state with an inflation rate of 3% and staying in the actual one.

5.3 Sensitivity analysis

We now study the properties of the dynamic response of the model to some key parameters: the degree of price stickiness, the markup value in absence of price rigidities, the degree of responsiveness of the Central Bank to the inflation gap and the degree of openness of the economy.

5.3.1 More flexible prices

In our benchmark calibration we have $\varepsilon = 0.75$, so that retailers adjust prices every year. Now we show how the dynamics of the model, welfare, IC and TC change as retailers adjust prices more and more frecuently, this is $\varepsilon = 0.5, 0.3$ and 0.1.

When doing the sensitivity analysis for the case of more flexible prices, we want to observe two things: one, is how the welfare measures W_L, W_H and W_T change with the grade of price rigidity, and second, how do IC and TC behave in terms of capital and output.

From table 1 we can see that all W_L, W_H and W_T decrease when price rigidity increases. This means that when prices are more flexible welfare increases. Figure A1 shows the changes in the dynamics when varying the parameter ε, and we can see that as prices become more flexible (ε decreases) the change from one steady state to the other is more dramatic, changes in consumption and output are greater.

As in this framework welfare is meassured by the present value of all future utilities, and utility is composed mainly by consumption and leisure, it can be observed in graphs 5 and 6 that consumption increases as price rigidity falls and although leisure decreases, the effect of consumption is dominating; causing utility to increase. The reason why leisure increases as prices become more rigid, is because the rigidity makes the relative price of consumption over leisure to increase, so households substitute consumption for leisure. But

TABLE 1. W_L, W_H AND W_T WHEN PRICES ARE MORE FLEXIBLE

	$\varepsilon = 0.1$	$\varepsilon = 0.3$	$\varepsilon = 0.5$	$\varepsilon = 0.75$	$\varepsilon = 0.8$	$\varepsilon = 0.85$	$\varepsilon = 0.9$
W_T	10.6056	10.5627	10.4812	10.1428	9.934	9.5032	8.1157
W_H	10.5819	10.5318	10.4369	10.0489	9.8139	9.3391	7.8739
W_L	10.6563	10.6296	10.5803	10.3931	10.2899	10.1015	9.6472
W_L - W_H	0.0744	0.0978	0.1434	0.3442	0.476	0.7624	1.7733

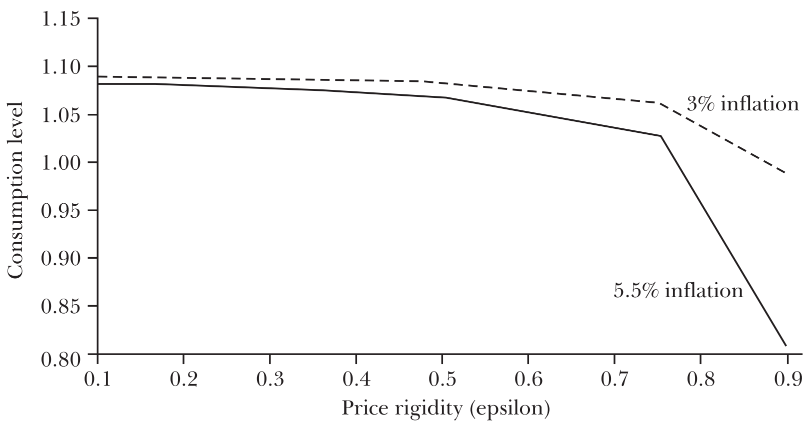
TABLE 2. MORE FLEXIBLE PRICES

		$\varepsilon = 0.1$ (%)	$\varepsilon = 0.3$ (%)	$\varepsilon = 0.5$ (%)	$\varepsilon = 0.75$ (%)	$\varepsilon = 0.8$ (%)	$\varepsilon = 0.85$ (%)	$\varepsilon = 0.9$ (%)
IC	In terms of capital	1.11	1.4	1.98	4.54	6.23	9.91	48.96
	In terms of output	-0.016	-0.0134	-0.00124	0.16	0.34	0.9	41.4
TC	In terms of capital	0.28	0.38	0.55	1.18	1.52	2.09	6.65
	In terms of output	-0.00415	-0.0036	-0.00034	0.04	0.0821	0.19	56.32

as mentioned before, as the effect of consumption dominates, welfare is lower when prices are more rigid.

On the other hand, if we look at both the IC and TC in terms of capital from table 2 we can see that as prices become more rigid they increase. This means that economies with higher grades of price rigidity are going to obtain more gains when having lower or bringing down inflation. Price rigidity emphasizes the distorting effects of the inflation tax, this is why lower grades of price rigidity conduct to lower gains of moving towards a lower inflation or having one. By looking at the last row of table 1 we can also see, that the difference between the utility of being in a steady state with an inflation rate of 3% and a steady state with an inflation rate of 5.5% is greater for higher levels of price rigidity, so households gain more if they move from one state to the other. This can also be seen by looking at at the behavior of consumption in figure 5.

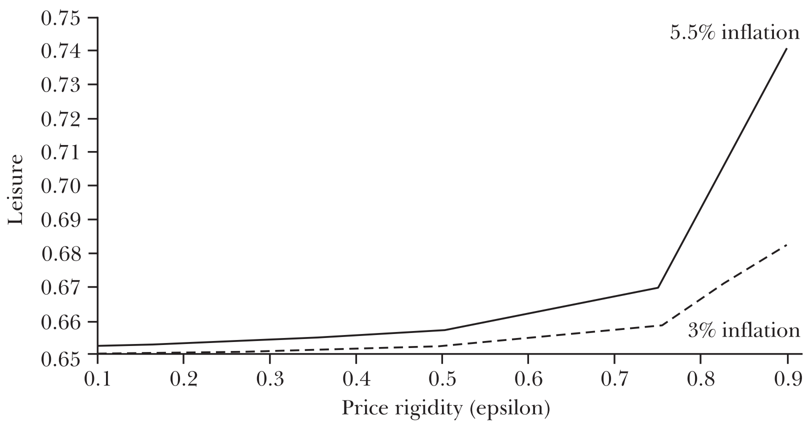
FIGURE 5. CONSUMPTION AS PRICE RIGIDITY DECREASES



Now, if we look at the IC and TC in terms of output (see table 2), we can see that they are increasing with price rigidity. But we can also see that they are negative for most levels of ε. This would imply that there are costs (negative compensation) of both having lower rates of inflation and moving towards one. But in our previous analysis it has been shown that there are certainly benefits in terms of capital. So what is the puzzle?

In a general equilibrium framework, where labour is an endogenous variable, output may not be the best meassure of welfare. If one looks at figure 7, which corresponds to the behavior of several variables when capital is increased by IC when $\varepsilon = 0.1$, and where the reference line is the dashed-dotted line which corresponds to the steady state with an inflation rate of 5.5%, one can see that although output is falling, leisure and consumption are increasing, which are the main variables determining welfare. Output is falling just because the effect of the fall in the number of hours worked is dominating over the effect of capital.

FIGURE 6. LEISURE AS PRICE RIGIDITY DECREASES



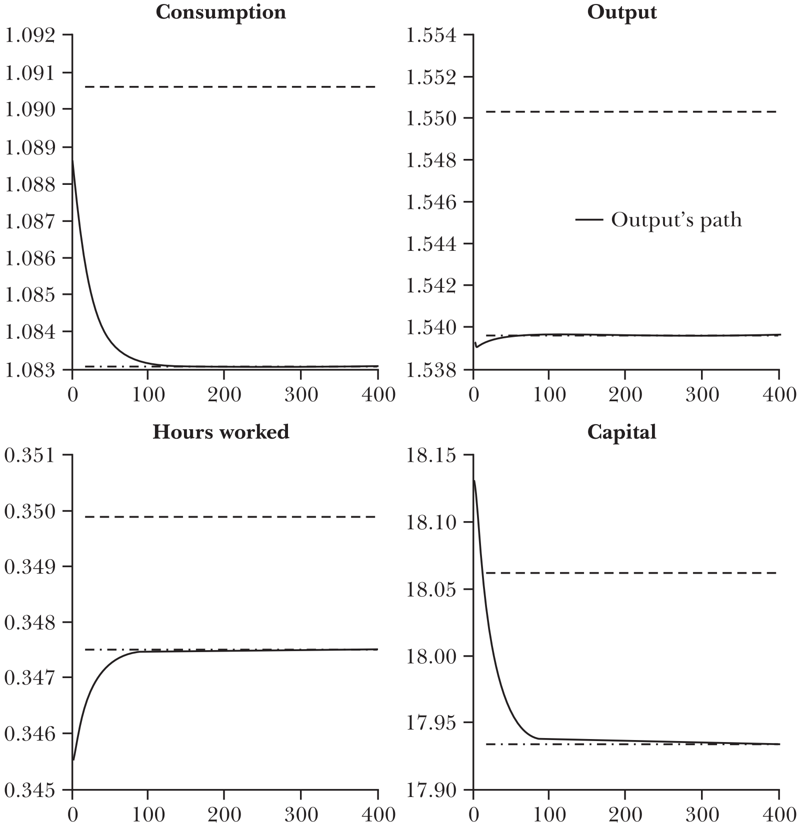
So as in this framework we consider that output is not the appropriate meassure of welfare, from now on we will refer to the compensation in terms of capital although our results are not going to be fully comparable with those of previous literature.

5.3.2 Smaller markups

Our benchmark calibration of the model corresponds to a markup of 25% in the absence of price rigidities. We now show how the dynamics of the model, welfare, IC and TC change as θ increases to $\theta = 6, 7.66$ and 11 which correspond to a decrease in the markup from 25% to 20% to 15% to 10% respectively. Figure A2 shows the changes in the dynamics when varying the parameter θ.

From table 3 we can see that welfare increases as the markup

FIGURE 7. BEHAVIOUR OF CONSUMPTION, LEISURE AND OUTPUT WHEN CAPITAL IS INCREASED BY IC (quarterly periods)



NOTA: The x-axes correspond to the value of the variables in level.

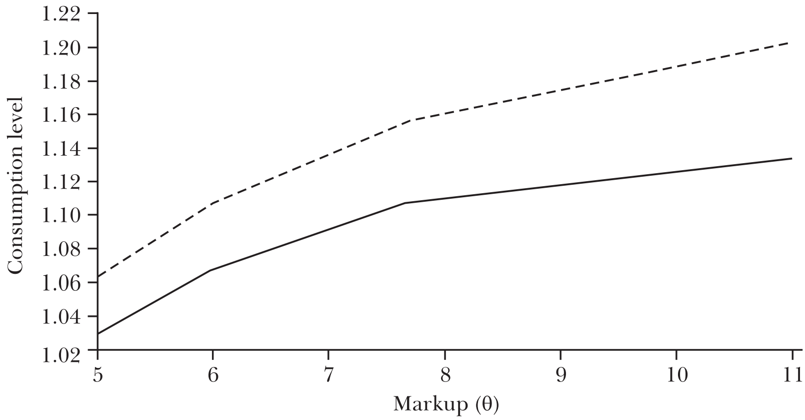
goes down (or theta goes up) in the case of the transition (W_T) and the world with an inflation rate of 5.5% (W_H). The case of 5.5% inflation can be explained by looking at figures 8 and 9 where consumption is higher when there are smaller

TABLE 3. W_L, W_H AND W_T WHEN MARKUPS ARE SMALLER

	$\theta = 5$	$\theta = 6$	$\theta = 7.6667$	$\theta = 11$
W_T	10.1428	10.5408	10.9420	11.2549
W_H	10.0489	10.4357	10.8170	11.0761
W_L	10.3931	10.8230	11.2824	11.2549
W_L - W_H	0.3442	0.3873	0.4654	0.1788

NOTE: $\theta =$ 5 corresponds to a markup of 25%, $\theta =$ 6 to 20%, $\theta =$ 7.6667 to 15% and $\theta =$ 11 to 10%.

FIGURE 8. CONSUMPTION AS MARKUPS BECOME SMALLER



markups and leisure is higher when there are higher markups (for higher markups the relative price of consumption over lisure increases), but once more, consumption is dominating over leisure. The gap between the two steady states consumption level, increases as markups decrease. The situation is not so clear in the case of welfare for an inflation rate of 3% (W_L), we can see that it reaches a maximum for a markup of 15%, and therefore the greatest gain in terms of welfare of going from one state to the other is at this same markup level.

Also, when the values of θ are varied, the IC and TC change. Table 4 shows the results in terms of capital for the case when the markup is smaller.

FIGURE 9. LEISURE AS MARKUPS BECOME SMALLER

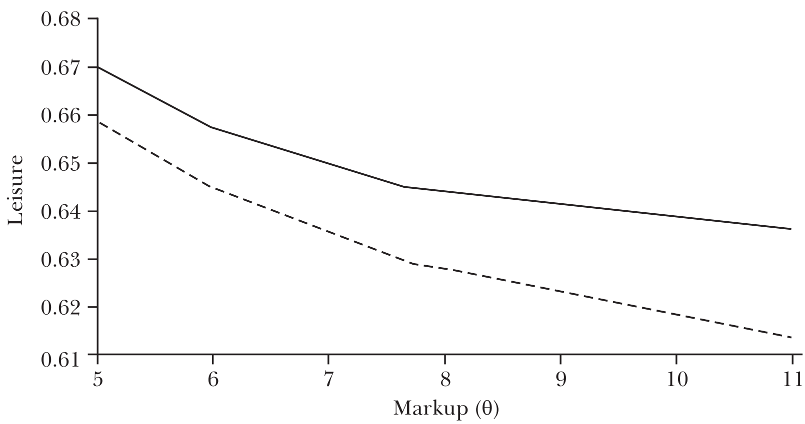


TABLE 4. SMALLER MARKUP

	$\theta = 5$ (%)	$\theta = 6$ (%)	$\theta = 7.6667$ (%)	$\theta = 11$ (%)
IC	4.54	4.87	5.56	5.02
TC	1.18	1.27	1.44	1.28

From figure A.1 in appendix 4 we can see that as the competitiveness of the market increases the change from one state to the other is more dramatic, and in terms of consumption and output there are higher gains of moving to a lower inflation when the markup is lower. However from table 4 it is not clear in which direction is the effect going. From the table we can see that a markup of 15% ($\theta = 7.6667$) maximizes the IC and TC in terms of capital as well as the difference between W_L and W_H (see table 3, last row). So countries with markup levels arround 15% are going to obtain greater gains from lower inflations. Once more, here we are focusing the analysis on the results in terms of capital because of the arguments explained before.

5.3.3 Alternative central banks

We want to study what happens in the case when the Central Bank (CB) varies the weight it gives to inflation in the monetary policy rule (recall that in our model, the CB gives no importance at all to output ($\xi = 0$), so the changes are going to be made in ζ; $i_t = \bar{i} + \zeta\left(\pi_t^c - \bar{\pi}^c\right) + \xi\left(y_t - y^{ss}\right)$. For values of ξ different from zero, the model has shown to be very unstable).[35]

From table 5 it can be seen that the more importance is given to inflation, the higher welfare is during the transition process (W_T); while there is no difference between W_H and

[35] In our case it is not necessary to calculate a potential output defined as that output that would result in absence of shocks and price rigidities and where the difference between this potential output and the observed one would be an output gap that serves to measure inflationary pressures. This is because the monetary authority assigns a value of zero to the parameter accompanying the output gap in the policy rule. What we want to study are just the effects of having a monetary authority that is disinflating, and not one that is disinflating and at the same time eliminating the nominal rigidities from the market.

W_L. This is because the parameter ζ does not affect the steady state of the model, it only affects the transition dynamics. So in terms of welfare it is better for households to have a CB that worries a lot for inflation in the case that a disinflation is going to take place. If households could choose a type of CB to do the disinflation, they would choose that which does it more rapidly.

TABLE 5. W_L, W_H AND W_T WHEN ζ CHANGES

	$\zeta = 1.5$	$\zeta = 1.7$	$\zeta = 2.3$	$\zeta = 2.7$	$\zeta = 3$
W_T	10.1400	10.1428	10.1500	10.1527	10.1539
W_H	10.0489	10.0489	10.0489	10.0489	10.0489
W_L	10.3931	10.3931	10.3931	10.3931	10.3931
W_L - W_H	0.3442	0.3442	0.3442	0.3442	0.3442

Table 6 shows that there are always positive compensations for going instantaneously and doing the transition to a steady state with a lower inflation rate.

TABLE 6. A CHANGING ζ

	$\zeta = 1.5$ (%)	$\zeta = 1.7$ (%)	$\zeta = 2.3$ (%)	$\zeta = 2.7$ (%)	$\zeta = 3$ (%)
IC	4.47	4.54	4.62	4.64	4.65
TC	1.1	1.18	1.3	1.33	1.34

So if a CB is planning to disinflate, they should be very careful about the importance they give to their target. The more strict they are, the more benefic is going to be the transition towards the new steady state.

5.3.4 The case of a closed economy

As it has been mentioned previously, the possibility of households to acquire debt outside the country, might be the reason why consumption is able to increase between the two steady states or at least the reason why it increases in the amount it does. So in order to test this hypothesis, we close our model economy and meassure the steady states of certain variables for both levels of inflation, and calculate the IC and TC. In order to make a fair comparison, we use a small open economy for which net foreign assets are zero on the steady state, otherwise, if we allow any level of indebtness the close economy is going to be wealthier and for obvious reasons disinflation is going to be more costly for a small open economy. Table 7 shows the steady state levels of consumption, hours worked, output and capital for both steady states and the two types of economy, the small open economy and the closed economy, under the assumption that the closed economy has the same calibration parameters as the small open economy.

TABLE 7. OPEN VS. CLOSED STEADY STATE LEVELS

Type of economy	*Inflation rate (%)*	*Consumption*	*Hours worked*	*Output*	*Capital*
Open	5.5	1.037	0.330	1.462	17.030
Open	3	1.269	0.404	1.789	20.851
Closed	5.5	1.028	0.327	1.449	16.871
Closed	3	1.063	0.338	1.499	17.451

From this table we can see that the steady state levels of all variables are higher in the case of an open economy. So comparing consumption of one economy with the other in a same level of inflation, we can see that households that live in a small open economy have more possibilities of higher consumption. But as hours worked are also increasing when going from one inflation rate to the other for both economies, one would say that it is not that clear that the higher possibilities of consumption are given by the possibility to acquire debt abroad. But remember that as we are comparing steady state values and debt level is zero on the steady state in the small open economy, the relevance of being able to acquire debt abroad in order to smooth consumption is only going to be relevant during the transition.

When we calculate W_L, W_H and W_T for the closed economy we find: $W_T = 10.290$, $W_H = 10.195$ and $W_L = 10.545$. For the small open economy we find $W_T = 16.298$, $W_H = 15.012$ and $W_L = 18.376$. So there is a benefit of doing the transition in both economies because $W_T > W_H$ and welfare is higher in a small open economy.

By looking at table 8 we can see that both IC and TC are

TABLE 8. OPEN VS: CLOSED IC AND CT

Type of economy	*IC* (%)	*TC* (%)
Open	106.75	40.8
Closed	4.5	1.21

higher for the open economy. So disinflations are more costly in closed economies. By looking at figures 10 and 11, we can compare consumption behaviour. We can see that the increase in consumption in the close economy is smaller than in the open one, and the transition is much more smoother in the last one. From figure 11 we can also see that during the transition households actualy increase debt, so our hypothesis has been proven. An open economy allows households to acquire debt in order to smooth consumption during the transition process so that the effects of the nominal and real interest rates are not so harsh.

FIGURE 10. CLOSE ECONOMY CONSUMPTION PATH

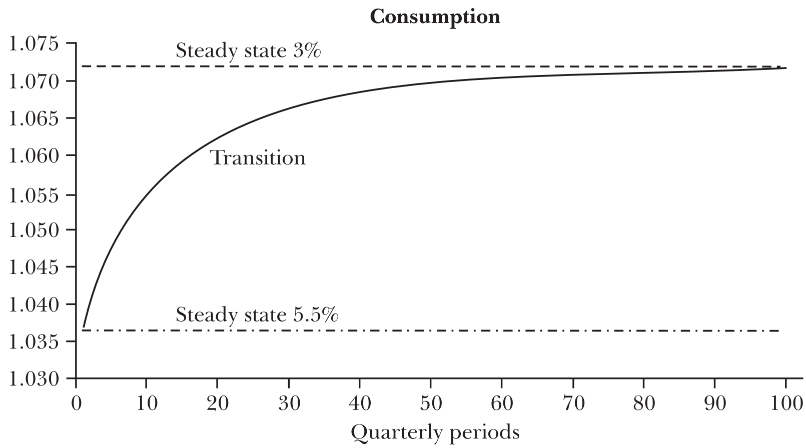
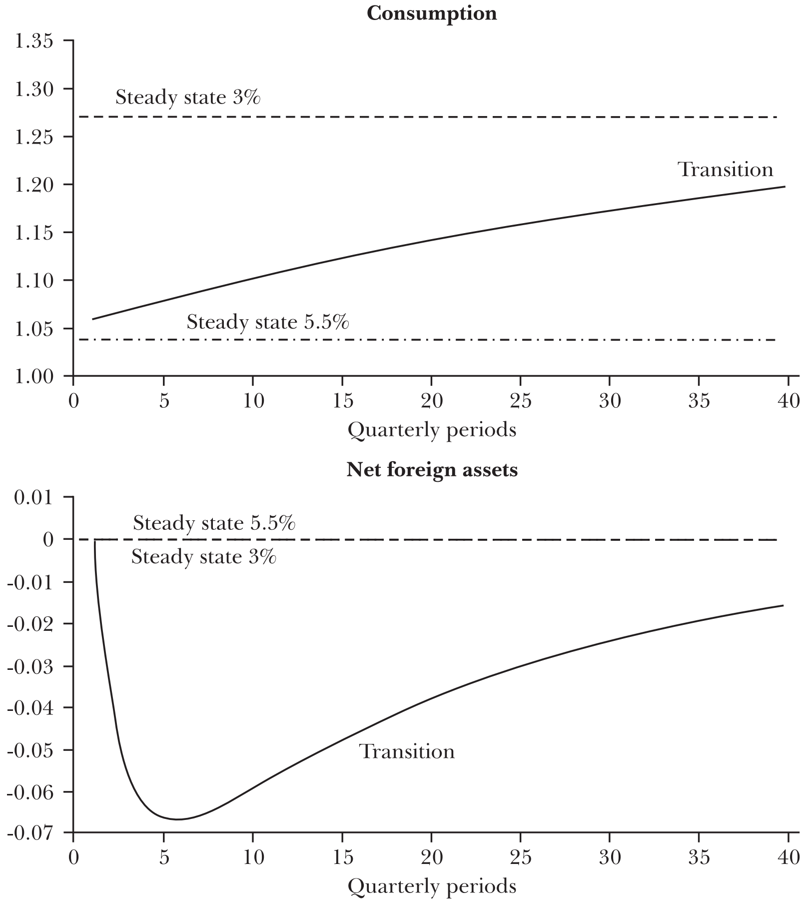


FIGURE 11. OPEN ECONOMY CONSUMPTION AND NET FOREIGN ASSETS PATH



6. Final remarks

This paper evaluates quantitatively the benefits of reducing inflation from 5.5% to 3% in Colombia. We do that in the context of a DSGE model of a small open economy with nominal rigidities. Monetary policy is conducted under an inflation targeting strategy and the CB has full credibility. We find that the compensation for going instantaneously to a state with an inflation rate of 3% (IC) is 4.54% in terms of capital and the compensation for doing the transition from one state to the other (TC) is 1.18% in terms of capital. Therefore if one takes this model economy as a policy analysis and decision taking tool, one would say that it is worthwhile for central bank of Colombia to continue trying to bring down inflation.

A country with a higher level of price rigidity is going to receive more benefits in the case of having a lower inflation and/or disinflating. There are higher benefits of reducing inflation for a country with markups around 15%. So a country with higher price rigidity and markups arround 15%, should do a higher effort in order to bring down inflation. So the result found by Gómez (2003), where price rigidities are the key element explaining the costs of disinflation, seems to be valid in this context as well.

As already mentioned our results show that there are positive compensations for doing the transition and that there is no sacrifice ratio in terms of output. This is not what usually has been observed or found in previous studies. It is often observed that disinflations cause recessions, or the so called hysteresis hypothesis. Although this does not have to be the rule as shown by Hofstetter (2004), it is possible that our model fails to replicate this features and that there are short and long run benefits of disinflations, because of the absence of a friction in the labor market. As in our model wages are flexible, it is likely that this rigidity is missing, so that the number of hours worked do not adjust when disposable income changes. Probably this is why unemployment does not fall and why output increases in the amount it does. The introduction of this friction is left for future work.

The importance given by the CB to deviations from the inflation target, has shown to be very important in terms of the transition welfare. If a CB is planning to disinflate they have to be very careful about the weight they give to inflation in their policy rule. On the other hand disinflations are more costly in closed economies. This is because an open economy allows households to acquire debt in order to smooth consumption during the transition process so that the effects of the nominal and real interest rates are not so harsh.

Something very important that we have to highlight, is that according to our methodology and results, output is not an appropriate messure for the benefits or costs of a disinflation when labor is an endogenous variable. So our findings are not really comparable with those of previous literature. We are also aware of the fact that we are using a first order approximation, and that therefore our results might include an approximation error, it is left for future work to do the second order approximation and compare the results with the actual ones.

Finally here we need to take into account that the only thing that causes inflation to be costly is the inflation tax, and that we are not in the presence of distortive taxes. If we incorporate this taxes into our model, we would probably find that disinflation is more expensive than in this framework. This is because as the government is no longer collecting as much inflationary tax they have to increase other taxes in order to continue financing their expenditure. So although households are going to feel a relief from the inflation tax, they are going to be affected by higher distortive taxes. This modification to the model is left for future work, as well as a sensitivity analysis to different specifications of the monetary policy rule used by the Central Bank.

Appendices

1. Demand for the differentiated consumption good

The following is the problem that has to be solved in order to find the demand function:

$$\max_{c(z)_t} P_t^c * c_t$$

subject to:

$$\int_0^1 p^c(z)_t c(z)_t \, dz$$

or what is the same:

$$\max_{c(z)_t} P_t^c \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

subject to:

$$\int_0^1 p^c(z)_t c(z)_t \, dz;$$

deriving with respect to $c(z)$:

$$P_t^c \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} c(z)^{\frac{-1}{\theta}} = p^c(z)_t$$

$$\frac{P_t^c}{p^c(z)_t} \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{1}{\theta-1}} = c(z)^{\frac{1}{\theta}}$$

$$\left(\frac{P_t^c}{p^c(z)_t} \right)^{\theta} \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} = c(z)$$

as:

$$c_t = \left[\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

then:

$$c(z)_t \left(\frac{p_t^c}{p^c(z)_t} \right)^{\theta} c_t .$$

2. Optimal price chosen by retailers

$$\max_{p^c(z)_{t+j}} E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\varepsilon)\varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \left[\left(\frac{p^c(z)_{t+j}}{P_{t+j}^c} \right)^{1-\theta} - q_{t+j} \left(\frac{p^c(z)_{t+j}}{P_{t+j}^c} \right)^{-\theta} \right].$$

In period t the firm is going to chose a price for the whole horizon of time so $p^c(z)_{t+j} = p^c(z)_t$ (they choose prices from now on):

$$\max_{p^c(z)_{t+j}} E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\varepsilon)\varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \left[\left(\frac{p^c(z)_t}{P_{t+j}^c} \right)^{1-\theta} - q_{t+j} \left(\frac{p^c(z)_t}{P_{t+j}^c} \right)^{-\theta} \right],$$

deriving with respect to $p^c(z)_t$:

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\varepsilon)\varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \left[\frac{(1-\theta)}{P_{t+j}^c} \left(\frac{p^c(z)_t}{P_{t+j}^c} \right)^{-\theta} - \theta \frac{q_{t+j}}{P_{t+j}^c} \left(\frac{p^c(z)_t}{P_{t+j}^c} \right)^{-\theta-1} \right] = 0$$

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\varepsilon)\varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \theta \frac{q_{t+j}}{P_{t+j}^c} \left(\frac{p^c(z)_t}{P_{t+j}^c} \right)^{-\theta-1} + E_t \sum_{j=0}^{\infty} (1-\varepsilon)\varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \frac{(1-\theta)}{P_{t+j}^c} \left(\frac{p^c(z)_t}{P_{t+j}^c} \right)^{-\theta} = 0$$

$$(1-\varepsilon)\left(p^c(z)_t\right)^{-\theta-1} \theta E_t \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \frac{q_{t+j}}{\left(P_{t+j}^c\right)^{-\theta}} + (1-\varepsilon)(1-\theta)\left(p^c(z)_t\right)^{-\theta} E_t \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \left(P_{t+j}^c\right)^{\theta-1}$$

$$\left(p^{C}(z)_{t}\right)^{-\theta-1}\theta E_{t}\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}\frac{q_{t+j}}{\left(P_{t+j}^{c}\right)^{-\theta}}=(\theta-1)\left(p^{C}(z)_{t}\right)^{-\theta}E_{t}\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}\left(P_{t+j}^{c}\right)^{\theta-1}.$$

Rewriting for $p^{c}(z)_{t}$ to obtain the optimal price:

$$p_{t}^{opt}=\frac{\theta}{\theta-1}E_{t}\left[\frac{\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}q_{t+j}\left(P_{t+j}^{c}\right)^{\theta}}{\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}\left(P_{t+j}^{c}\right)^{\theta-1}}\right],$$

dividing both sides by P_{t}^{c} and multiplying and dividing by $\frac{1}{(p_{t}^{c})^{\theta}}$:

$$\frac{p_{t}^{opt}}{P_{t}^{c}}=\frac{\theta}{\theta-1}E_{t}\left[\frac{\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}q_{t+j}\left(\frac{p_{t+j}^{c}}{p_{t}^{c}}\right)^{\theta}}{\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}\left(\frac{p_{t+j}^{c}}{p_{t}^{c}}\right)^{\theta-1}}\right].$$

From the numerator $E_{t}\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon^{j}\Delta_{t+j}c_{t+j}q_{t+j}\left(\frac{p_{t+j}^{c}}{p_{t}^{c}}\right)^{\theta}$, so we define:

$$E_{t}\Theta_{\mathrm{t+1}}=E_{t}\left(\Delta_{t+1}c_{t+1}q_{t+1}\left(\frac{P_{t+j}^{c}}{P_{t}^{c}}\right)^{\theta}\right)+\varepsilon E_{t}\left(\Delta_{t+1+1}c_{t+1+1}q_{t+1+1}\left(\frac{P_{t+2}^{c}}{P_{t+1}^{c}}\right)^{\theta}\right)$$
$$+\varepsilon^{2}E_{t}\left(\Delta_{t+1+2}c_{t+1+2}q_{t+1+2}\left(\frac{P_{t+3}^{c}}{P_{t+1}^{c}}\right)^{\theta}\right)+\dots$$

and:

$$\Theta_{\mathrm{t}}=\Delta_{t}c_{t}q_{t}\left(\frac{P_{t}^{c}}{P_{t}^{c}}\right)^{\theta}+\varepsilon E_{t}\left(\Delta_{t+1}c_{t+1}q_{t+1}\left(\frac{P_{t+1}^{c}}{P_{t}^{c}}\right)^{\theta}\right)+\varepsilon^{2}E_{t}\left(\Delta_{t+2}c_{t+2}q_{t+2}\left(\frac{P_{t+2}^{c}}{P_{t}^{c}}\right)^{\theta}\right)+\dots$$

so:

$$E_{\mathrm{t}}\left((P_{t+1}^{c})^{\theta}\Theta_{t+1}\right)=E_{t}\left(\Delta_{t+1}c_{t+1}q_{t+1}(P_{t+1}^{c})^{\theta}\right)+\varepsilon E_{t}\left(\Delta_{t+1+1}c_{t+1+1}q_{t+1+1}(P_{t+2}^{c})^{\theta}\right)+$$
$$\varepsilon^{2}E_{t}\left(\Delta_{t+1+2}c_{t+1+2}q_{t+1+2}(P_{t+3}^{c})^{\theta}\right)+\dots$$

$$(P_t^c)^\theta \Theta_t = \Delta_t c_t q_t (P_t^c)^\theta + \varepsilon E_t\left(\Delta_{t+1} c_{t+1} q_{t+1} (P_{t+1}^c)^\theta\right) + \varepsilon^2 E_t\left(\Delta_{t+2} c_{t+2} q_{t+2} (P_{t+2}^c)^\theta\right) + \ldots$$

$$\left(P_t^c\right)^\theta \Theta_t = \Delta_t c_t q_t (P_t^c)^\theta + \varepsilon E_t\left(\left(P_{t+1}^c\right)^\theta \Theta_{t+1}\right).$$

Dividing both sides of the equation by $(P_t^c)^\theta$:

$$\Theta_t = \Delta_t c_t q_t + \varepsilon E_t\left(\left(\frac{P_{t+1}^c}{P_t^c}\right)^\theta \Theta_{t+1}\right),$$

$$\Theta_t = \Delta_t c_t q_t + \varepsilon E_t\left(\left(1+\pi_{t+1}^c\right)^\theta \Theta_{t+1}\right),$$

in a similar way, from the denominator of (29) $E_t \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j \Delta_{t+j} c_{t+j} \left(\frac{P_{t+j}^c}{P_t^c}\right)^{\theta-1}$ one can obtain:

$$\psi_t = \Delta_t c_t + \varepsilon E_t\left(\left(1+\pi_{t+1}^c\right)^{\theta-1} \psi_{t+1}\right).$$

3. The complete model

$$\begin{aligned}
&c_t + x_t + g_t + F_{t+1} - (1+i_{t+1}^f)F_t = A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} \\
&u_{ct}(c_t, H_t, h_t) + \eta_t \rho = \lambda_t (1 + \Phi_{ct}(c_t, m_{t+1} x_t)) \\
&u_{ht}(c_t, H_t, h_t) + \lambda_t q_t A_t (1-\alpha) k_t^\alpha h_t^{-\alpha} = 0
\end{aligned}$$

$$\beta E_t\left(\lambda_{t_{t+1}} q_{t+1} A_{t+1} \alpha k_{t+1}^{\alpha-1} h_{t+1}^{1-\alpha} + \gamma_{t+1}\left(f\left(\frac{x_{t+1}}{k_{t+1}}\right) + \frac{\partial\left(f\left(\frac{x_{t+1}}{k_{t+1}}\right)k_{t+1}\right)}{\partial(k_{t+1})}\right) + \gamma_{t+1}(1-\delta)\right) = \lambda_t$$

$$\beta E_t\left(\frac{\lambda_{t+1}}{\left(1+\pi_{t+1}^c\right)\left(1+\Phi_{mt+1}(c_t, m_{t+1} x_t)\right)}\right) = \lambda_t$$

$$\beta E_t\left(\frac{\lambda_{t+1}(1+i_{t+1})}{\left(1+\pi_{t+1}^c\right)}\right) = \lambda_t$$

$$\beta E_t\left(\lambda_{t+1}(1+i_{t+1}^f) q_{t+1}\right) = \lambda_t q_t$$

$$\beta E_t\left(\eta_{t+1}+U_{H_{t+1}}(c_{t+1},H_{t+1},h_{t+1})-\eta_{t+1}\rho\right)=\eta_t$$

$$\lambda_t\left(\Phi_{xt}\left(c_t,m_{t+1},x_t\right)+q_t\right)=\lambda_t\left(c_1+\frac{2c_2x_t}{k_t}\right)$$

$$k_{t+1}-(1-\delta)k_t-f\left(\frac{x_t}{k_t}\right)k_t=0$$

$$H_{t+1}-H_t-\rho(c_t-H_t)=0$$

$$i_t=i+\zeta(\pi_t^c-\overline{\pi}^c)+\xi(y_t-\overline{y})$$

$$\left(1+i_t^f\right)=(1+i_t^*)\left(1+\vartheta\left(\frac{F_t}{y_t}\right)\right)$$

$$P_t^c=\left[\varepsilon(p_t^{rule})^{1-\theta}+(1-\varepsilon)\left(p_t^{opt}\right)^{1-\theta}\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

$$(1+\pi_t^c)=\left(\varepsilon(1+\pi_{t-1}^c)^{1-\theta}+(1-\varepsilon)\left(\frac{p_t^{opt}}{P_t^c}\right)^{(1-\theta)}(1+\pi_t^c)^{(1-\theta)}\right)^{\frac{1}{1-\theta}}$$

$$p_t^{rule}=p_{t-1}^c(1+\pi_{t-1}^c)$$

$$\frac{p_t^{opt}}{p_t^c}=\frac{\theta}{\theta-1}\frac{\Theta}{\psi_t}$$

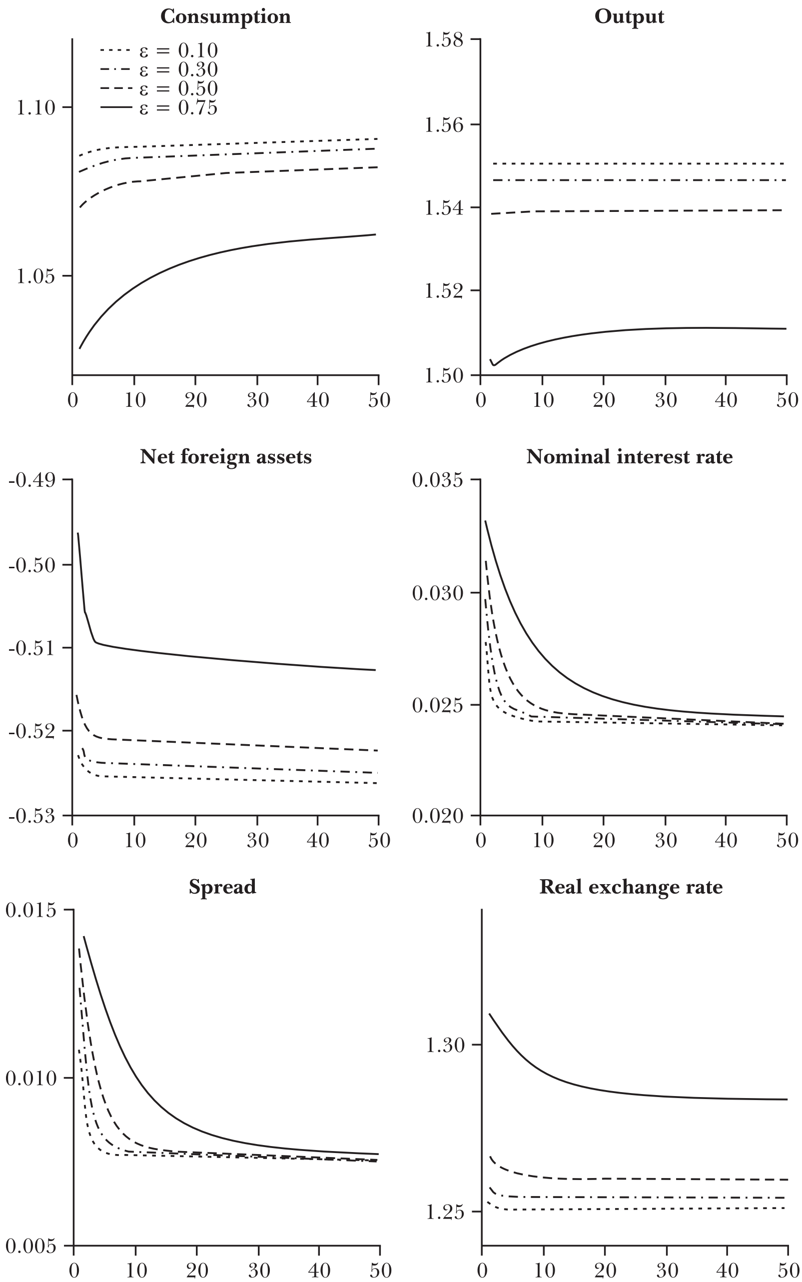
$$\Theta_t=\Delta_t c_t q_t+\varepsilon E_t\left((1+\pi_{t+1}^c)^{\theta}\Theta_{t+1}\right)$$

$$\psi_t=\Delta_t c_t+\varepsilon E_t\left((1+\pi_{t+1}^c)^{\theta-1}\psi_{t+1}\right)$$

4. Figures for sensitivity analysis of impulse responses

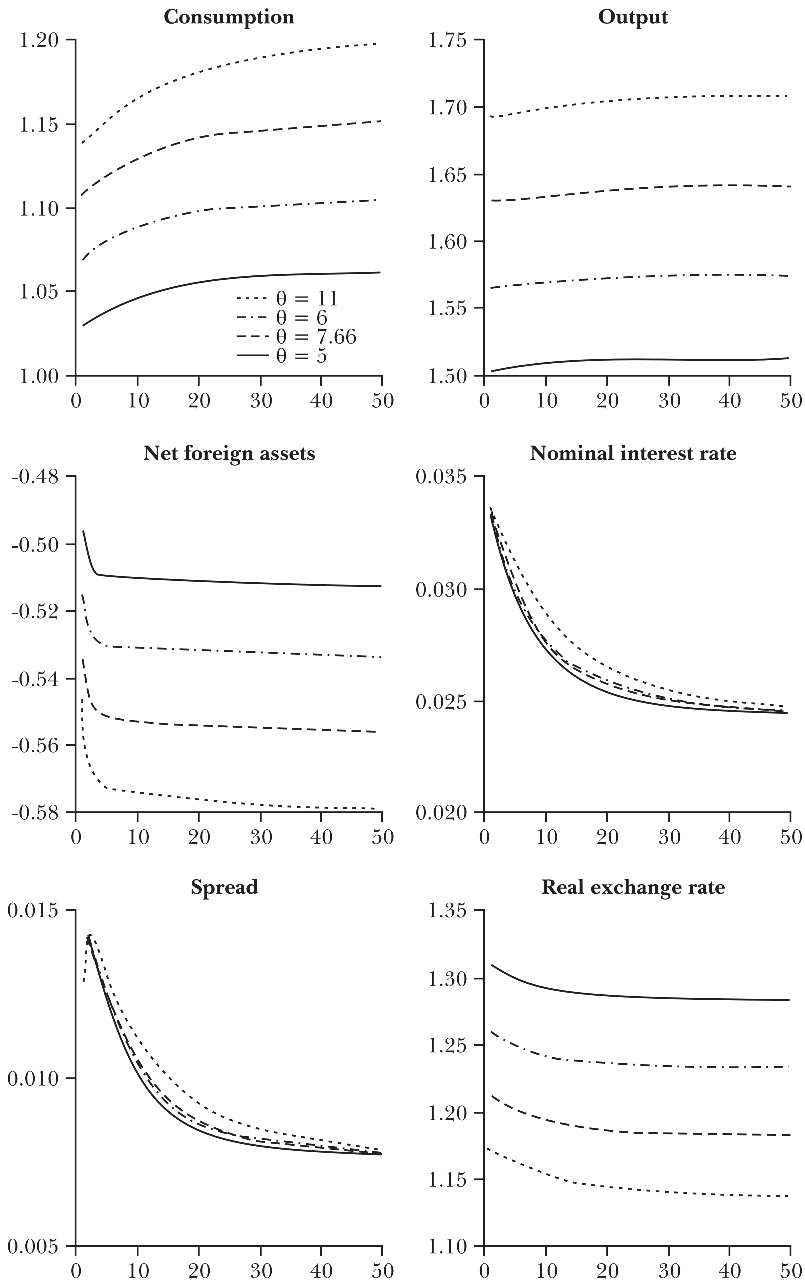
This appendix presents the figures used for sensitivity analysis of section 5.3.

FIGURE A. 1. TRANSITION DYNAMICS WHEN PRICES ARE MORE FLEXIBLE (quarterly periods)



NOTA: The graph lines correspond to the transition path followed by variables in levels.

FIGURE A. 2. TRANSITION DYNAMICS WHEN MARKUP IS LOWER (quartely periods)



NOTA: The graph lines correspond to the transition path followed by variables in levels.

5. Derivation of the resource constraint

Take the monetary and fiscal authority's budget 24 and solve for τ_t. Then substitute τ_t in (4) to obtain:

$$c_t + \Phi + m_{t+1}^d + q_t x_t + b_{t+1} + q_t F_{t+1} = \frac{W_t}{P_t^c} h_t^s + \frac{R_t}{P_t^c} k_t^s + \frac{\prod_t^R}{P_t^c} + m_{t+1} - \frac{m_t^d}{\left(1+\pi_t^c\right)} + \Phi$$
$$+ \frac{m_t^d}{\left(1+\pi_t^c\right)} + \frac{b_t}{\left(1+\pi_t^c\right)}\left(1+i_t\right) + F_t q_t \left(1+i_t^f\right),$$

canceling put terms:

$$c_t + q_t x_t + b_{t+1} + q_t F_{t+1} = \frac{W_t}{P_t^c} h_t^s + \frac{R_t}{P_t^c} k_t^s + \frac{\prod_t^R}{P_t^c} + \frac{b_t}{\left(1+\pi_t^c\right)}\left(1+i_t\right) + F_t q_t \left(1+i_t^f\right),$$

as we know that the real profits of retailers are:

$$\frac{\pi_t^R}{P_t^c} = c_t\left(1 - \frac{P_t}{P_t^c}\right).$$

We can substitute them in the previous equation to obtain:

$$q_t x_t + q_t c_t + b_{t+1} - \frac{b_t}{\left(1+\pi_t^c\right)} + \left(1+i_t\right) + q_t F_{t+1} - F_t q_t \left(1+i_t^f\right) = q_t A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha}$$

as we know that in equilibrium:

$$b_{t+1} - \frac{b_t}{\left(1+\pi_t^c\right)}\left(1+i_t\right) = 0,$$

then:

$$q_t x_t + q_t c_t + q_t F_{t+1} - F_t q_t \left(1+i_t^f\right) = q_t A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha},$$

canceling out q_t we obtain the resource constraint of the economy:

$$F_{t+1} - F_t\left(1+i_t^f\right) = A_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} - x_t - c_t.$$

6. Equivalence of the first order condition with respect to consumption

To simplify the explanation (and without changing the final results), lets suppose that the lagrangean of households is given by:

$$\mathcal{L}=\sum_{j=0}^{\infty}\beta^{t}\left[\frac{\theta}{\theta-1}\log\left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}}dz\right)-\lambda_t\left(\left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}}dz\right)^{\frac{\theta}{\theta-1}}+k_{t+1}-(1-\delta)k_t-rk_t\right)\right]$$

deriving $\mathcal{L}$ with respect to $c(z)_t$:

$$\frac{\partial L}{\partial c(z)_t}=\beta^{t}\frac{\theta(\theta-1)}{(\theta-1)\theta\left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}}dz\right)}c(z)_t^{\frac{-1}{\theta}}-\beta^{t}\lambda_t\frac{\theta}{\theta-1}\left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}}dz\right)^{\frac{1}{\theta-1}}\frac{\theta-1}{\theta}c(z)_t^{\frac{-1}{\theta}}=0$$

which is equal to:

$$\frac{1}{\left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}}dz\right)c(z)_t^{\frac{1}{\theta}}}=\lambda_t\frac{\left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}}dz\right)^{\frac{1}{\theta-1}}}{c(z)_t^{\frac{1}{\theta}}}$$

and to:

$$\frac{1}{\left(\int_0^1 c(z)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}}dz\right)_t^{\frac{\theta}{\theta-1}}}=\lambda_t$$

which we know that is equal to:

$$\frac{1}{c_t}=\lambda_t;$$

so it has been proved that it is the same to derive with respect to c_t than to $c(z)_t$.

References

Arango, Juan Pablo, Orlando Gracia, Gustavo Hernández, and Juan Mauricio Ramírez (1998), "Reformas comerciales, márgenes de beneficio y productividad en la industria colombiana", *Planeación y Desarrollo*, vol. XXIX, pp. 59-78.

Ball, Lawrence (2000), "Los costos de la desinflación", *Ensayos sobre Política Económica,* nos 36-37, pp. 63-76.

Bejarano, Jesús (2004), *Estimación estructural y análisis de la curva de Phillips neo-keynesiana para Colombia,* Banco de la República.

Bernanke, Ben, Mark Gertler and Simon Girlchrist (1999), "Handbook of Monetary Economics", vol. 1C, capítulo 21: *The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework,* Elsevier Science B.V., pp. 1341-93.

Calvo, Guillermo A. (1983), "Staggered prices in a utility-maximizing framework", *Journal of Monetary Economics,* vol. 12, nº 3, September, pp. 383-98.

Carrasquilla, Alberto, Arturo Galindo and Hilde Patrón (1994), *Costos en bienestar de la inflación: teoría y una estimación para Colombia,* Banco de la República (Borrador Semanal de Economía, nº 3).

De Gregorio, José (2000), "Sobre los determinantes de la inflación y sus costos, *Ensayos sobre Política Económica,* nos 36-37, pp. 27-62.

Diebold, Francis X., Lee E. Ohanian and Jeremy Berkowitz (1998), "Dynamic equilibrium economies: A framework for comparing models and data", *Review of Economic Studies,* vol. 65, nº 3, July pp. 433-51.

Dotsey, Michael, Robert G. King and Alexander L. Wolman (1999), "State-dependent pricing and the general equilibrium dynamics of money and output", *Quarterly Journal of Economics,* May, pp. 655-90.

Gómez, Javier (2003), "Wage indexation, inflation inertia, and the cost of disinflation", *Ensayos sobre Política Económica,* nº 43, pp. 67-83.

Hamilton, James D. (1994), *Time Series Analysis,* Princeton University Press.

Hansen, Gary D. (1985), "Indivisible labour and the business cycle", *Journal of Monetary Economics,* vol. 16, pp. 309-27.

Hofstetter, Marc (2004), *Disinflations in Latin America and The Caribbean: A free lunch,* Johns Hopkins University y Universidad de los Andes.

King, Robert G., Charles I. Plosser and Sérgio T. Rebelo (2001), *Production, growth and business cycles,* Technical appendix, June.

Lawrence J., Christiano, Martin Eichenbaum and Charles Evans (2001), *Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy,* Federal Reserve Bank of Cleveland, May (Working Paper, nº 01-07).

López, Martha (2001), "Seigniorage and the welfare cost of inflation in Colombia, *Ensayos sobre Política Económica,* nº 39, pp. 115-130.

Lucas, Robert E. (1994), *On the welfare cost of inflation,* Center for Economic Policy Research, Stanford University. February (Working Paper, nº 394).

Mankiw, Gregory, and Ricardo Reis (2002), *Sticky information versus sticky prices: A proposal to replace the new keynesian Phillips curve,* January.

Melo, Luis F., and Álvaro J. Riascos (2004), *Sobre los efectos de la política monetaria en Colombia* (Technical Report); de próxima aparición en *Ensayos sobre Política Económica*, Banco de la República.

Posada, Carlos E. (1995), *El costo de la inflación (con racionalidad y previsión perfectas),* Banco de la República (Technical Report, nº 30).

Riascos, Álvaro (1997), *Sobre el costo en bienestar de la inflación en Colombia,* Banco de la República (Borrador Semanal de Economía, nº 82).

Schmitt-Grohe, Stephanie, and Martin Uribe (2004), *Optimal simple and implementable monetary and fiscal rules*, National Bureau of Economic Research (Working Paper, nº 10253).

Sidrauski, Miguel (1967), "Rational choice and patterns of growth in a monetary economy", *American Economic Review,* vol. 57, pp. 534-44.

Vásquez, Diego M. (2003), *Mecanismos de cobertura para el riesgo de tasa de interés real de los bancos hipotecarios colombianos,* Banco de la República, January (Borrador Semanal de Economía, nº 237).

Índice

Pág.

Index

Este libro se terminó de imprimir durante julio del 2009, en los talleres de Alejandro Duplancher, Av. Mariano Escobedo, nº 114-3B, México, D. F., 11320. 300 ejemplares.

Premios de Banca Central
Rodrigo Gómez

Año	*Autor*	*Título*
2005	Franz Hamann, Juan Manuel Julio, Paulina Restrepo y Álvaro Riascos	Costos de la desinflación en un sistema de metas de inflación en una economía pequeña y abierta: el caso de Colombia (publicado en español e inglés)
2004	Marco Vega y Diego Winkelried	El efecto arrastre de inflación mundial en economías pequeñas y abiertas (publicado en español e inglés)
2003	Alfredo A. Hernández Arroyo	Ensayos de banca: consideraciones teóricas y evidencia del caso mexicano
2003	Verónica Mies, Felipe Morandé y Matías Tapia	Política monetaria y mecanismos de transmisión
2002	Alberto Torres García	Reglas de política monetaria como ancla nominal: evidencia de la economía mexicana (publicado en español e inglés)
2000	Ricardo N. Bebczuk	Financiamiento empresario, desarrollo financiero y crecimiento (publicado en español e inglés)

Año	*Autor*	*Título*
1999	Lorenza Martínez Trigueros	El efecto de la inflación en la desigualdad económica
1991	Raúl Ramos Tercero	Política monetaria óptima bajo tipo de cambio fijo: una evaluación empírica del caso mexicano
1990	Sergio Clavijo	Políticas de estabilización en América Latina: algunas lecciones para Colombia
1983	Reynaldo de Suoza Motta	Posibilidades de optimización del crecimiento económico y de la deuda externa en Brasil
1981	Edilson Almeida Pedrosa	Programación monetaria: aspectos teóricos y el caso brasileño
1978	Guillermo Ortiz Martínez	Acumulación de capital y crecimiento económico. Perspectivas financieras en México
1977	Julio Alfredo Genel	La estrategia del estado en el desarrollo financiero: el problema del financiamiento no inflacionario en México
1976	Mario I. Blejer	Dinero, precios y la balanza de pagos: la experiencia de México 1950-1973
1973	Luis Raúl Seyffert	Análisis del mercado de eurodólares; origen desarrollo y consecuencias
1972	Aldo A. Arnaudo	Economía monetaria

CENTRO DE ESTUDIOS MONETARIOS LATINOAMERICANOS
Asociación Regional de Bancos Centrales

www.cemla.org

Estudios

ISBN: 978-607-7734-00-0